2017

الرياضيات

للصف للسادس الأدبي

الاجوبه النموذجيه للأسئله الوزاريه
من العام 2011 الى 2016

الاستاذ أياد شاكر الرفاعي

بسم الله الرحمن الرحيم

﴿وقل اعملوا فسيرى الله عملكم ورسوله والمؤمنون﴾

انطلاقا من قول المصطفى (ص): ((زكاة العلم نشرهُ وتعليمهُ))

تضع شبكة مواقع رحلة التفوق في السادس التعليمية التربوية الخيرية بين ايديكم احدى اعمالها من ملازم مرحلة السادس الاعدادي هذه المرحلة الهامة والمصيرية في حياة اعزائنا الطلبة وخاصة المتعففين منهم ولمن يتعذر عليه اقتناء هذه المساعدات المدرسية في محافظاتنا العراقية العزيزة بهدف النهوض وتطوير الواقع التعليمي ولو بالجزء اليسير.

إذ أن شبكتنا لاتقتصر على نشر الملازم المدرسية فقط أنما تقوم بنشر الدروس المرئية المجانية لأكفأ التدريسيين بالاضافة الى مجموعة قنواتنا التدريسية وكذلك الارشادات والنصائح وطرق الدراسة الصحيحة هذا من جهة. أما من جهة أخرى فهو كسر لشوكة بعض المحسوبين على الكادر التدريسي ممن يرفضون نشر ملازمهم والتعاون مع ابنائهم الطلبة ليأخذوا من المال هدفا أهم ويتناسوا مصلحة الطالب والواقع التعليمي المتدني.

علماً ان كادر الشبكة والقائمين عليها هم مجموعة من الشباب العراقي الواعي المثقف بالاضافة الى تعاون بعض المدرسين الكرام كما واننا غير تابعين لاي جهة كانت رسمية او غير رسمية انما سر تجمعنا وعملنا هو خيري بحت أملين من الله عز وجل ان يوفقنا لتقديم كل ما هو صالح لشعبنا و وطننا الحبيب.

كادر شبكة رحلة التفوق في السادس

٢٠١٥/٨/٢١

ا.د: اشرف الوائلي

ا.د: مينا الاحمد

ملازم 3D

من ٢٠١١
الى ٢٠١٦

للدورين الاول الثاني

المرشد

حلول الاسئلة الوزارية

الرياضيات

للصف السادس الادبي

اعداد الاستاذ
اياد شاكر الرفاعي

مركز البيع
بغداد شارع المتنبي

٠٧٧١٣٠٨٧٠١٦
٠٧٧١٥٥١٠٠٠٩

دار الاعرجي للطباعة

حلول أسئلة الرياضيات للصف السادس الأدبي / الدور الأول 2011 /

س1-a/ لدى احمد (5سترات) مختلفة و (6بنطلون) مختلف ، (8 قمصان) مختلفة ايضا فبكم زي مختلف ممكن ان يظهر به احمد يتكون من سترة وبنطلون وقميص ؟

الحل / زي مختلف يظهر به احمد $5 \times 6 \times 8 = 240$

س1-b/ جد نقط النهايات العظمى والصغرى المحلية للدالة $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x$

الحل /

$f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x$

$f'(x) = 3x^2 - 18x + 24$

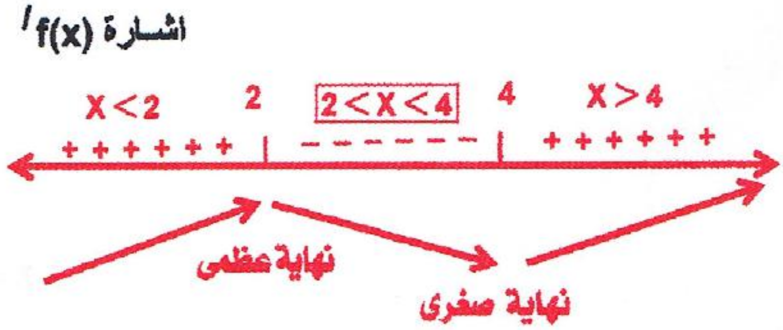
$\left[3x^2 - 18x + 24 = 0\right] \div 3$

$x^2 - 6x + 8 = 0$

$(x - 2)(x - 4) = 0$

$(x - 2) = 0 \quad x = 2$

$(x - 4) = 0 \quad x = 4$



عندما $x = 2 \leftarrow \quad y = (2)^3 - 9(2)^2 + 24(2) = 20$

عندما $x = 4 \leftarrow \quad y = (4)^3 - 9(4)^2 + 24(4) = 16$

∴ النقاط الحرجة هي $(2, 20)$, $(4, 16)$

مناطق التزايد $x < 2$ > 4

مناطق التناقص الفترة المفتوحة $(2, 4)$

نهاية عظمى $(2, 20)$

نهاية صغرى $(4, 16)$

س2-a/ جد قيمة $\lim_{x\to3}\frac{x^3 - 27}{x^2 + 2x - 15}$

الحل /

$$\lim_{x\to3}\frac{x^3 - 27}{x^2 + 2x - 15} = \lim_{x\to3}\frac{(x-3)(x^2 + 3x + 9)}{(x + 5)(x-3)}$$

$$\lim_{x\to3}\frac{x^2 + 3x + 9}{x + 5} = \frac{(3)^2 + 3 \times 3 + 9}{3 + 5} = \frac{9 + 9 + 9}{8} = \frac{27}{8}$$

س2-b/ جد معادلة المنحني الذي ميله عند (x , y) يساوي $\frac{-2}{x^3}$ وكان المنحني يمر بالنقطة (1,3)

الحل /

$$y = \int \frac{-2}{x^3}\,dx$$

$$y = \int -2x^{-3}\,dx$$

$$y = -2 \times \frac{x^{-2}}{-2} + C$$

$$y = x^{-2} + C$$

$$y = \frac{1}{x^2} + C$$

$$\because (1\,,3) \in y$$

$$\therefore 3 = \frac{1}{(1)^2} + C$$

$$3 = 1 + C \rightarrow C = 3 - 1 \rightarrow C = 2$$

معادلة المنحني $\boxed{y = \frac{1}{x^2} + 2}$

س3-a/ جد ابعاد اكبر مستطيل محيطه 40 متر ؟

الحل / نفرض ان طول المستطيل = x وعرض المستطيل = y

المساحة $m = x\,y$ ....(1)

محيط المستطيل = (الطول + العرض) × 2

محيط المستطيل = $(x + y) \times 2$

$$2(x + y) = 40$$

$$x + y = 20$$

$$y = 20 - x \quad ....(2)$$

نعوض(2)في(1)

$$\therefore\ m = x(20 - x)$$

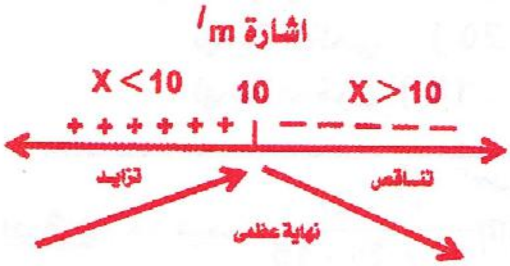
$$m = 20x - x^2$$

$$m' = 20 - 2x$$

$$20 - 2x = 0$$

$x = 10$ متر

$y = 20 - 10 = 10$ متر



∴ ابعاد المستطيل (10×10)

س3-b/ اذا كان $\frac{n!}{(n-2)!} = 6$ فما قيمة n ؟

الحل /

$$\frac{n!}{(n-2)!} = 6$$

$$\frac{n(n-1)\cancel{(n-2)!}}{\cancel{(n-2)!}} = 6$$

$$n(n-1) = 6$$

$$n^2 - n - 6 = 0$$

$$(n-3)(n+2) = 0$$

$$n - 3 = 0 \rightarrow n = 3$$

$n + 2 = 0 \rightarrow n = -2$ يهمل لان قيمة سالبة $\notin N$

$$\boxed{\therefore n = 3}$$

س4 / أجب عن فرعين :

a / جد قيمة $\int_0^4 \sqrt{x}(x+1).\,dx$

الحل /

$$\int_0^4 \sqrt{x}(x+1).\,dx = \int_0^4 x^{\frac{3}{2}} + x^{\frac{1}{2}}\ .\,dx$$

$$= \left[\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\right]_0^4$$

$$= \left[\frac{2}{5}(4)^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3}(4)^{\frac{3}{2}}\right] - [0]$$

$$= \left[\frac{2}{5}(2)^5 + \frac{2}{3}(2)^3\right] - [0]$$

$$= \left[\frac{64}{5} + \frac{16}{3}\right] - [0]$$

$$= \left[\frac{192 + 80}{15}\right] - [0]$$

$$= \left[\frac{272}{15}\right] - [0] = \frac{272}{15}$$

س4-b/ لتكن $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2 & x \ge -1 \\ 3x + 1 & x < -1 \end{cases}$ ابحث استمرارية الدالة عند $x = -1$

الحل / $f(x) = x^2 - 2$

$f(-1) = (-1)^2 - 2 = 1 - 2 = -1$

الغاية من اليمين $\lim\limits_{x \to -1} x^2 - 2 = (-1)^2 - 2 = 1 - 2 = -1 = L_1$

الغاية من اليسار $\lim\limits_{x \to -1} 3x + 1 = [3 \times (-1)] + 1 = -3 + 1 = -2 = L_2$

∴ الغاية غير موجودة لان $L_1 \neq L_2$ ∴ الدالة غير مستمرة عند $x = -1$

س4-c/ قذف جسم نحو الاعلى عن سطح الارض بأزاحة معطاة وفق العلاقة

$s(t) = 96t - 16t^2$ حيث ان $s(t)$ الازاحة بالامتار ، t بالثواني . احسب :

1. سرعة الجسم بعد ثانيتين
2. متى يصل الجسم الى اعلى نقطة

الحل /

1- $s(t) = 96t - 16t^2$

$v(t) = s'(t) = 96 - 32t$

$s'(2) = 96 - 32 \times 2 = 32$ م/ثا

السرعة بعد 2ثا

2- اقصى ارتفاع يصل اليه الجسم عندما تصبح سرعته = صفر

$v(t) = 96 - 32t$

$0 = 96 - 32t$

$32t = 96$

$t = \frac{96}{32} = 3$ ثانية

س5 / أجب عن فرعين :

a/ بالاستعانة بالتفاضل ارسم منحني الدالة $f(x) = 3x - x^3$

نجعل $x = 0$, $f(0) = 3(0) - (0)^3 = 0$

$y = f(x) = 0$

∴ نقطة التقاطع هي (0 , 0)

$3x - x^3 = 0$

$x(3 - x^2) = 0$

$x = 0 \quad , \quad x = \sqrt{3} \quad , \quad x = -\sqrt{3}$

∴ نقاط التقاطع هي $(0 , 0) , (\sqrt{3} , 0) , (-\sqrt{3} , 0)$

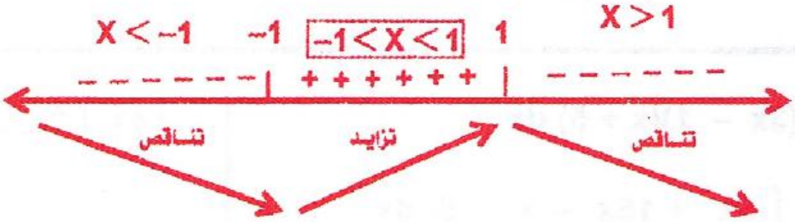
$f'(x) = 3 - 3x^2$

$\left[3 - 3x^2 = 0\right] \div 3$

$1 - x^2 = 0$

$(1 - x)(1 + x) = 0$

اشارة $f'(x)$



$x = 1 \quad , \quad x = -1$

$\therefore \ y = 3(1) - (1)^3 = 2$

$y = 3(-1) - (-1)^3 = 2$

- مناطق التزايد : الفترة المفتوحة (1 , 1 -)

- مناطق التناقص : $\{-1 > x > 1\}$

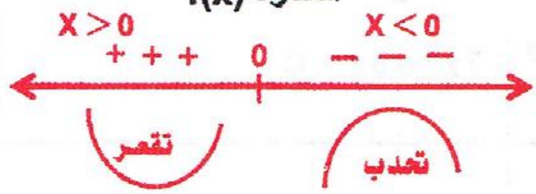
∴ نهاية عظمى محلية (2 , 1) ، نهاية صغرى محلية (2- , 1-)

$f'' = -6x$

$-6x = 0$

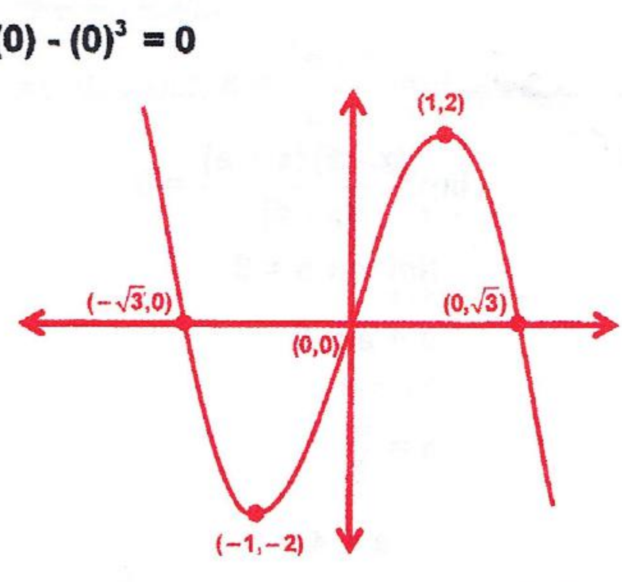
$x = 0$

اشارة $f''(x)$



$y = 3(0) - (0)^3 = 0$

∴ (0 , 0) هي نقطة انقلاب



x	y
0	0
$\sqrt{3}$	0
$-\sqrt{3}$	0
−1	−2
1	2

س5-b / جد الحد الأوسط في مفكوك $(3 - X)^8$ ؟

الحل / ∵ الاس عدد زوجي فيوجد حد أوسط واحد رتبته $\frac{n}{2} + 1 = \frac{8}{2} + 1 = 5$

الحد العام هو $P_r = C^n_{r-1} X^{n-r+1} y^{r-1}$

الحد الأوسط هو الحد الخامس $P_5 = C^8_4 (X)^{8-5+1}(3)^{5-1}$

$$P_5 = \frac{8\times7\times6\times5}{4\times3\times2\times1}(X)^4(81)$$

$$P_5 = (70)(81)(X)^4$$

الحد الاوسط $P_5 = 5670(X)^4$

س5 - C / جد (1) $\int \frac{x^3+3x^2}{x+3}\,dx$

الحل /

$$\int \frac{x^3+3x^2}{x+3}\,dx$$

$$= \int \frac{x^2(x+3)}{(x+3)} \cdot dx$$

$$= \int x^2 \cdot dx$$

$$= \frac{x^3}{3} + C$$

(2) $\int (3x-1)(x+5)\,dx$

$$= \int (3x^2 + 15x - x - 5)\,dx$$

$$= 3\int x^2\,dx + 15\int x\,dx - \int x\,dx - 5\int dx$$

$$= 3\frac{x^3}{3} + 15\frac{x^2}{2} - \frac{x^2}{2} - 5x + C$$

$$= x^3 + \frac{15x^2 - x^2}{2} - 5x + C$$

$$= x^3 + 7x^2 - 5x + C$$

س6 / أجب عن فرعين :

a / اذا كانت $\lim_{x\to a} \frac{x^2 - a^2}{x - a} = 8$ جد قيمة a حيث $a \in R$ ؟

الحل /

$$\lim_{x\to a} \frac{(x-a)(x+a)}{(x-a)} = 8$$

$$\lim_{x\to a} x + a = 8$$

$$a + a = 8$$

$$2a = 8$$

$$a = \frac{8}{2}$$

$$\therefore a = 4$$

b / اذا كان $f(x) = (4 - x)(x^2 + 3)$ جد قيمة $f'(2)$

الحل /

$$f(x) = (4 - x)(x^2 + 3)$$

$$f'(x) = (4 - x)(2x) + (x^2 + 3)(-1)$$

$$f'(2) = (4 - 2)(2 \times 2) + ((2)^2 + 3)(-1)$$

$$f'(2) = 8 + (-7) = 8 - 7 = 1$$

C / جد المساحة المحدد بمنحني الدالة $y = f(x) = X^2 - 2X - 3$ ومحور السينات وعلى الفترة $[-1, 3]$!

الحل / تقاطع المنحني مع محور السينات اي نجعل $y = 0$ لمعرفة $f(x) > 0$ او $f(x) < 0$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$x = 3 \ , x = -1$$

الفترة	$x \in$ للفترة	اشارة $f(x)$	الموقع
$[-1 , 3]$	$x = 0$	$(0)^2 - 2(0) - 3 = -3 < 0$	تحت

$$A = -\int_{-1}^{3} (x^2 - 2x - 3)dx = \left[-\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x\right]_{-1}^{3}$$

$$A = [-9 + 9 + 9] - \left[\frac{1}{3} + 1 - 3\right]$$

$$A = [9] - \left[\frac{-5}{3}\right]$$

$$A = 9 + \frac{5}{3}$$

$$A = \frac{32}{3}$$

$$A = 10\frac{2}{3} \text{ unit}^2$$

حلول أسئلة الرياضيات للصف السادس الأدبي / الدور الثاني 2011 /

س1: أ/ جد قيمة n حيث $P_2^n = 42$

الحل /

$$P_2^n = 42$$

$$\frac{n!}{(n-2)!} = 42$$

$$\frac{n(n-1)\cancel{(n-2)!}}{\cancel{(n-2)!}} = 42$$

$$n(n-1) = 42$$

$$n^2 - n - 42 = 0$$

$$(n-7)(n+6) = 0$$

أما $n = 7$

او $n = -6$ تهمل

$\therefore n = 7$

س1: ب/ جد نقاط النهايات العظمى والصغرى ان وجدت للدالة f حيث $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$

الحل /

$$f'(x) = 4x^3 - 4x$$

$$f'(x) = 0$$

$$4x^3 - 4x = 0$$

$$x^3 - x = 0$$

$$x(x^2 - 1) = 0$$

$$x(x-1)(x+1) = 0$$

$$x = 0 , x = 1 , x = -1$$

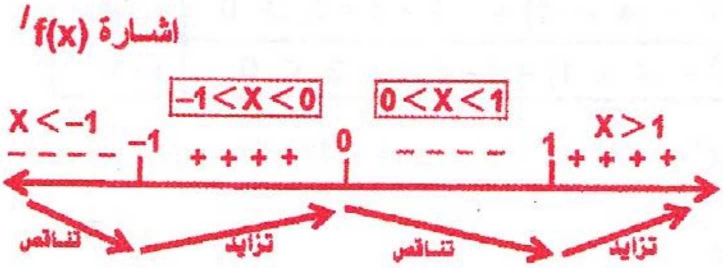
$f(0) = 0^4 - 2(0)^2 + 1 = 1$

$f(1) = 1^4 - 2(1)^2 + 1 = 0$

$f(-1) = (-1)^4 - 2(-1)^2 + 1 = 0$

النقاط الحرجة (0 , 1) ، (1 , 0) ، (1- , 0)

الدالة متزايدة في



-1 $\{x : x \in R , x > 1\}$

-2 وفي الفترة المفتوحة (1- , 0)

الدالة متناقصة في

-1 $\{x : x \in R , x < -1\}$

-2 وفي الفترة المفتوحة (0 , 1)

∴ النقطتان (1 , 0) , (1- , 0) نهاية صغرى محلية

(0 , 1) نهاية عظمى محلية

س ٢ : أ/ أبحث استمرارية الدالة f حيث $f(x) = \frac{x+3}{x^2+1}$ عند $x = 1$ ؟

الحل/

-1 $f(1) = \frac{1+3}{1^2+1}$ معرفة حيث f(1)

$f(1) = \frac{4}{2} = 2$

-2 $\lim_{x\to1} f(x) = \lim_{x\to1} \frac{x+3}{x^2+1}$

$= \frac{\lim_{x\to1}(x+3)}{\lim_{x\to1}(x^2+1)} = \frac{1+3}{1^2+1} = \frac{4}{2} = 2$

-3 $\because \lim_{x\to1} f(x) = f(1) = 2$

∴ f مستمرة عند $x = 1$

س ٢: ب/ جد المساحة بين منحني الدالة $f(x) = x^3 - 4x$ ومحور السينات والمستقيمين $x = 2$, $x = -2$

الحل/ التقاطع مع محور السينات ← $y = 0$

$x^3 - 4x = 0$

$x(x-2)(x+2) = 0$

$\therefore X = 0 \quad , X = 2 \quad , X = -2$

$\therefore$ الفترة $[-2, 0], [0, 2]$

الموقع	اشارة f(x)	x ∈ للفترة	الفترة
فوق	$(-1)^3 - (4 \times -1) = -1 + 4 = 3 > 0$	$x = -1$	$[-2, 0]$
تحت	$(1)^3 - (4 \times 1) = 1 - 4 = -3 < 0$	$x = 1$	$[0, 2]$

$$A = A_1 + A_2 = \int_{-2}^{0} (x^3 - 4x)\, dx + \int_{0}^{2} -(x^3 - 4x)\, dx$$

$$A = \left[\frac{x^4}{4} - 2x^2\right]_{-2}^{0} + \left[\frac{-x^4}{4} + 2x^2\right]_{0}^{2}$$

$$A = \left[\frac{(0)^4}{4} - 2(0)^2\right] - \left[\frac{(-2)^4}{4} - 2(-2)^2\right] + \left[\frac{-(2)^4}{4} + 2(2)^2\right] - \left[\frac{(0)^4}{4} + 2(0)^2\right]$$

$$A = [0] - [-4] + [4] - [0]$$

$A = -[-4] + [4] = 4 + 4 = 8 \text{ unit}^2$ وحدة مربعة

س ٣ : أ/ قطعة ارض مستطيلة الشكل يحدها نهر من احد جهاتها جد اكبر مساحة من الارض يمكن تسييجها بسياج طوله (100) متر ؟

الحل/ نفرض ان طول السياج $= x$

عرض السياج $= y$

نفرض ان المساحة $= ar$

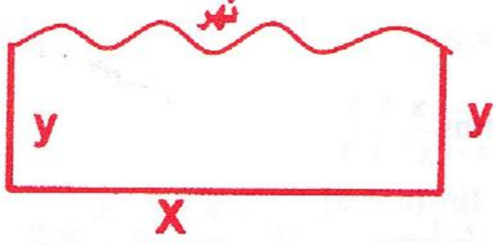
$ar = x \times y$.........(1)

$x + 2y = 100$

محيط السياج هو ثلاث اضلاع فقط لان الضلع الرابع هو جرف نهر(2)........ $x = 100 - 2y$

$ar = y(100 - 2y)$

$ar = 100y - 2y^2$



$\overline{ar} = 100 - 4y$

$100 - 4y = 0$

$4y = 100$

$y = \frac{100}{4} = 25 \text{ m}$ عرض السياج

$x = 100 - (2 \times 25)$

$x = 100 - 50 = 50 \text{ m}$ طول السياج

$\therefore$ المساحة $ar = 50 \times 25 = 1250 \text{ m}^2$ مساحة الأرض

س ٣ : ب/ جد الحد الخالي من (X) في مفكوك $\left(X^2 - \frac{1}{x}\right)^{15}$ ؟

الحل / نفرض ان رتبة الحد الخالي من x (اي يحوي على x^0) هي (r) فيكون :

$$P_r = C^n_{r-1}\,(x^2)^{n-r+1}\,\left(\frac{-1}{x}\right)^{r-1}$$

$$= C^{15}_{r-1}\,(x)^{2(15-r+1)}\,(-1)^{r-1}\,(x^{-1})^{r-1}$$

$$= C^{15}_{r-1}\,x^{32-2r}\,(-1)^{r-1}\,(x)^{-r+1}$$

$$= C^{15}_{r-1}\,x^{33-3r}\,(-1)^{r-1}$$

$\therefore\ x^{33-3r} = x^0$

$33 - 3r = 0 \Rightarrow 33 = 3r \Rightarrow r = 11$

الحد الخالي من (X) هو الحد الذي رتبته (11) فيكون :

$$P_{11} = C^{15}_{10}(x^2)^{15-11+1}(-1)^{11-1}(x)^{-11+1}$$

$$P_{11} = C^{15}_{10}\,(x^{10})\,(x^{-10})(1)$$

$$P_{11} = C^{15}_{10} = C^{15}_{15-10} = C^{15}_{5} = \frac{p(15,5)}{5!}$$

$$P_{11} = \frac{15\times14\times13\times12\times11}{5\times4\times3\times2\times1} = 3003$$ قيمة الحد الخالي من x

---

س ٤ / أجب عن فرعين فقط :

أ / منحني يمر بالنقطتين (3 - , 2) , (9 , 1 -) وميله عند (x , y) يساوي $aX - 5$ جد معادلته حيث a عدد حقيقي ؟

الحل /

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{9+3}{-1-2} = \frac{12}{-3} = -4$$

$y' = ax - 5$

$m = y'$

$\therefore\ -4 = ax - 5$

$ax = -4 + 5$

$ax = 1$

$a = \frac{1}{x}$ .... (1)

$y = \int (ax - 5)\,.\,dx$

$y = a\,.\,\frac{x^2}{2} - 5x + C$ .... (2)

$y = \frac{1}{x}\,.\,\frac{x^2}{2} - 5x + C$

$y = \frac{x}{2} - 5x + C$

$-3 = \frac{2}{2} - (5\times 2) + C$

$-3 = 1 - 10 + C$

$-3 = -9 + C$

$C = -3 + 9$

$C = 6$

معادلة المنحني $y = \frac{1}{2}x - 5x + 6$

ب / جد قيمة $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{\sqrt{3x}-3}$ ؟

الحل / نضرب البسط والمقام في مرافق المقام $(\sqrt{3x}+3)$

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{\sqrt{3x}-3}\cdot\frac{\sqrt{3x}+3}{\sqrt{3x}+3}=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)(x+3)(\sqrt{3x}+3)}{3x-9}$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)(x+3)(\sqrt{3x}+3)}{3(x-3)}$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{(x+3)(\sqrt{3x}+3)}{3}=\frac{(3+3)(\sqrt{3(3)}+3)}{3}$$

$$=\frac{(6)(\sqrt{9}+3)}{3}=\frac{(6)(3+3)}{3}$$

$$=\frac{(6)(6)}{3}=\frac{36}{3}=12$$

جـ / جد معادلة لمماس للمنحني $y=x^2+x+1$ عند نقطة تقاطعه مع محور الصادات ؟

الحل / نقطة التقاطع مع محور الصادات يعني $x=0$

$y=0+0+1=1$ $\therefore y=1$ ∴ النقطة هي $(0,1)$

$y'=2x+1=2(0)+1=1$ ميل المماس للمنحني

$y'=m=1$

نجد معادلة المماس من معرفة ميل ونقطة

$y-y_1=m(x-x_1)$

$y-1=1(x-0)$

$y-1=x$

$x-y+1=0$ معادلة المماس

س ٥ / أجب عن فرعين فقط :

أ / ارسم منحني الدالة $f(x)=(x+1)^3-1$

الحل / 1- نقاط التقاطع

نعطي $x=0$

$f(0)=(0+1)^3-1=0$

نعطي $f(x)=0$

$(x+1)^3-1=0$

$(x+1)^3=1$

$x=0$

∴ نقطة التقاطع $(0,0)$

2. نجد نقاط النهايات

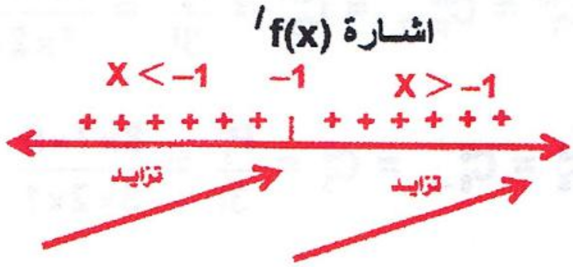
$f'(x) = 3(x + 1)^2(1)$

$3(x + 1)^2 = 0$

$x = -1$

$f(-1) = (-1 + 1)^3 - 1 = -1$

∴ $(-1 , -1)$ نقطة حرجة



3. نجد نقاط الانقلاب

$f''(x) = 6(x + 1)$

$f''(x) = 0$

$6(x + 1) = 0$

$X = -1$

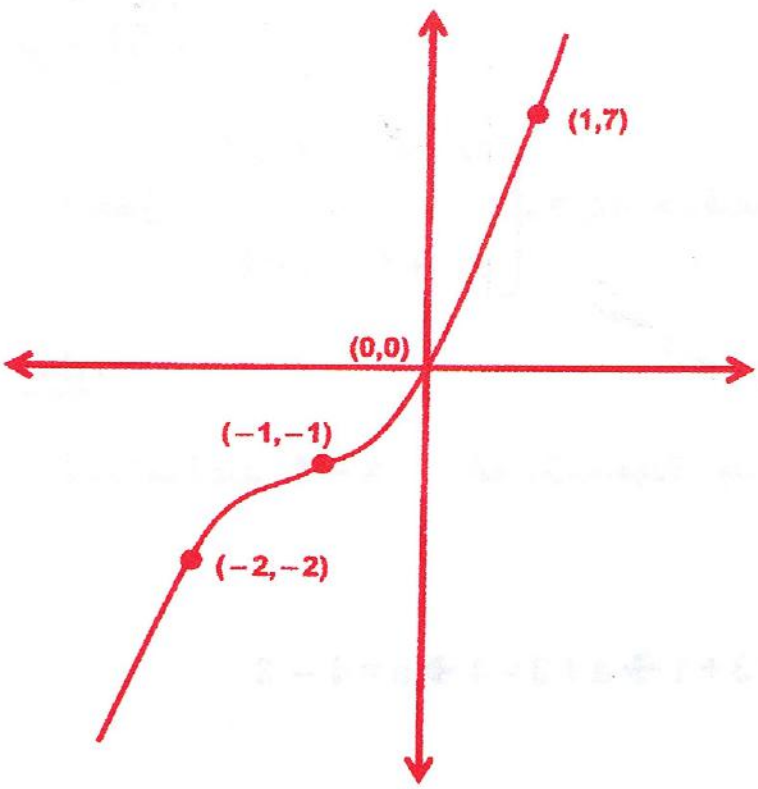
∴ النقطة $(-1 , -1)$



منطقة التقعر = $\{x : x \in R , x > -1\}$

منطقة التحدب = $\{x : x \in R , x < -1\}$

نقطة انقلاب $(-1,-1)$



x	y
0	0
−1	−1
−2	−2
1	7

ب / بكم طريقة يمكن اختيار لجنة مكونة من 5 طالبات و7 طلاب من بين 8 طالبات و10 طلاب ؟

الحل/ طريقة اختيار الطلاب $C_7^{10} = C_{10-7}^{10} = C_3^{10} = \frac{P_3^{10}}{3!} = \frac{10\times9\times8}{3\times2\times1} = 120$

طريقة لاختيار الطالبات $C_5^{8} = C_{8-5}^{8} = C_3^{8} = \frac{P_3^{8}}{3!} = \frac{8\times7\times6}{3\times2\times1} = 56$

طريقة لتكوين اللجنة $C_3^{10} \times C_3^{8} = 120 \times 56 = 6720$

جـ / جد قيمة $\int_0^3 \frac{2x}{\sqrt{x^2+16}}\,dx$

الحل/

$$\int_0^3 \frac{2x}{\sqrt{x^2+16}}\,dx = \int_0^3 (x^2+16)^{\frac{-1}{2}}(2x)\,dx$$

$$= \left[\frac{(x^2+16)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}\right]_0^3 = \left[2\sqrt{x^2+16}\right]_0^3$$

$$= \left[2\sqrt{9+16}\right] - \left[2\sqrt{0+16}\right] = 2$$

س ٦ / أ /

لتكن $f(x) = \begin{cases} ax+3 & x \ge 1 \\ 3x^2+1 & x < 2 \end{cases}$ جد قيمة a اذا علمت ان f مستمرة عند $x = 1$ ؟

الحل /

$\because$ f مستمرة عند $x = 1$ $\therefore$ الغاية موجودة ويعني ان $L_1 = L_2$

$$\lim_{x\to1} ax+3 = \lim_{x\to1} 3x^2+1$$

$a(1)+3 = 3(1)^2+1 \Rightarrow a+3 = 3+1 \Rightarrow a+3 = 4 \Rightarrow a = 4-3$

$a = 1$

ب / جد $f'(x)$ لكل مما ياتي :

(1) $f(x) = \dfrac{X^3+1}{X^4+1}$

الحل / مشتقة ناتج قسمة دالتين قابلتين للاشتقاق

$$= \frac{\text{المقام} \times \text{مشتقة البسط} - \text{البسط} \times \text{مشتقة المقام}}{(\text{دالة المقام})^2}$$

$$f'(x) = \frac{h(x)\, g'(x) - g(x)\, h'(x)}{[h(x)]^2}$$

$$f'(x) = \frac{(X^4+1)(3X^2) - (X^3+1)(4X^3)}{(X^4+1)^2}$$

(2) $f(x) = (X^2+1)^{\frac{3}{2}}$

الحل /

$$f'(x) = \frac{3}{2}(X^2+1)^{\frac{1}{2}}\,(2X)$$

$$f'(x) = \frac{3}{\not 2}(\not 2X)(X^2+1)^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = \frac{3}{\not 2}(\not 2X)\sqrt{X^2+1}$$

$$f'(x) = (3X)\sqrt{X^2+1}$$

جـ / جد تكامل $\int \sqrt[3]{3x^3 - 5x^5}\, dx$

الحل / $\int \sqrt[3]{3x^3 - 5x^5}\, dx$

$$= \int \sqrt[3]{3x^3 - 5x^5}\, dx$$

$$= \int \sqrt[3]{x^3\,(3 - 5x^2)}\, dx$$

$$= \int (3 - 5x^2)^{\frac{1}{3}}\, x\, dx$$

$$= -\frac{1}{10}\int (3 - 5x^2)^{\frac{1}{3}}\,(-10x)\, dx$$

$$= \frac{-1}{10} \cdot \frac{(3 - 5x^2)^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + C$$

$$= \frac{-3}{40} \cdot \sqrt[3]{(3 - 5x^2)^4} + C$$

حلول أسئلة الرياضيات للصف السادس الأدبي / الدور الأول 2012 /

س1-a/ صاحب محل ساعات لديه (10) ماركات مختلفة وكل ماركة فيها (5) أحجام وكل حجم فيه (7) الوان . فكم ساعة في المحل ؟

الحل /

عدد الساعات $= 10 \times 5 \times 7 = 350$ ساعة يدوية

---

b/ جد مشتقة ما ياتي :

(1) جد $f'(x)$ عند نقطة $x = 1$ ، $f(x) = \left(\frac{x}{x+1}\right)^4$

الحل /

$$f'(x) = 4\left(\frac{x}{x+1}\right)^3 \frac{(x+1)(1) - (x)(1)}{(x+1)^2}$$

$$f'(1) = 4\left(\frac{1}{1+1}\right)^3 \times \frac{2-1}{(1+1)^2}$$

$$f'(1) = 4 \times \frac{1}{8} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

---

(2) جد $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$

الحل /

$$f(x) = (x^2 - 2x + 1)^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 2x + 1)^{-\frac{1}{2}}\ (2x - 2)$$

$$f'(x) = \frac{(x-1)}{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}$$

س2-a/

لتكن $f(x) = \begin{cases} a + 2x & x \leq -1 \\ 3 - x^2 & x > -1 \end{cases}$ وكانت $\lim_{x \to -1} f(x)$ موجودة جد قيمة a حيث $a \in R$

الحل / ∵ الغاية موجودة

$\therefore\ L_1 = L_2$

الغاية من اليمين $\lim_{x \to -1} 3 - x^2 = \lim_{x \to -1} a + 2$ الغاية من اليسار

$$3-(-1)^2 = a\,(2 \times (-1))$$

$$3-1 = a-2$$

$$2 = a-2$$

$$a = 2+2$$

$$\boxed{a=4}$$

---

b/ اذا كانت الدالة $f(x) = x^2 + ax + b$
وكان ميل المماس للمنحني عند $x = -1$ هو 4
وكان المنحني يمر بالنقطة $(2 , -3)$ جد قيمة a , b الحقيقيتين ؟

الحل /

$$f'(x) = 2x + a$$

$$4 = 2(-1) + a \Rightarrow a = 6$$

نعوض $(2 , -3)$ بالدالة الاصلية

$$2 = (-3)^2 + 6(-3) + b$$

$$2 = 9 - 18 + b \Rightarrow b = 11$$

س3-a/ جد قيمة التكاملات الاتية:

(1) جد $\int_0^3 \frac{2x}{\sqrt{x^2+16}}\,dx$

الحل /

$$\int_0^3 \frac{2x}{\sqrt{x^2+16}}\,dx = \int_0^3 (x^2+16)^{\frac{-1}{2}}\,(2x)\,dx$$

$$= \left[\frac{(x^2+16)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}\right]_0^3 = \left[2\sqrt{x^2+16}\right]_0^3$$

$$= \left[2\sqrt{9+16}\right] - \left[2\sqrt{0+16}\right] = 2$$

---

(2) جد $\int \sqrt{x}\,(\sqrt{x}+5)\,.\,dx$

الحل/

$$\int \sqrt{x}\,(\sqrt{x}+5)\,.\,dx$$

$$= \int (x + 5\sqrt{x})\,dx$$

$$= \int (x + 5x^{\frac{1}{2}})\,.\,dx$$

$$= \int x \cdot dx + 5\int x^{\frac{1}{2}} \cdot dx$$

$$= \frac{1}{2}X^2 + 5\times\frac{2}{3}X^{\frac{3}{2}} + C$$

$$= \frac{1}{2}X^2 + \frac{10}{3}\sqrt{X^3} + C$$

---

b/ جد معادلة المماس للمنحني $f(x) = x^3 - 2x + \frac{3}{x^2+2}$ عند $x = -1$ ؟

الحل/

$$y = f(x) = x^3 - 2x + \frac{3}{x^2+2}$$

$$y = (-1)^3 - (2\times -1) + \frac{3}{(-1)^2+2} = -1 + 2 + 1$$

$y = 2$ ∴ نقطة التماس $= (-1\,,\,2)$

$y = x^3 - 2x + 3(x^2+2)^{-1}$

$y' = m = 3x^2 - 2 + -3(x^2+2)^{-2}\,(2x)$

$m = 3(-1)^2 - 2 - 3\left[(-1)^2 + 2\right]^{-2}(2\times -1)$

$m = 3 - 2 + 6 \times \frac{1}{(3)^2}$

$m = 3 - 2 + \frac{2}{3}$

$m = \frac{9-6+2}{3} = \frac{5}{3}$ الميل

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$\left[y - 2 = \frac{5}{3}(x+1)\right] \leftarrow \times 3$

$3y - 6 = 5(x+1)$

$3y - 6 = 5x + 5$

$\boxed{5x - 3y + 11 = 0}$ معادلة المماس

س 4 / أجب عن فرعين فقط :

a/ جد الحد الاوسط في مفكوك $(a-\frac{2}{a})^{12}$ ؟

الحل / ∵ الاس يمثل عدد زوجي فانه يوجد حد اوسط واحد رتبته $\frac{n}{2}+1$

رتبة الحد الاوسط $\frac{12}{2}+1=7$

$$P_7 = C_6^{12}\,(a)^6\,(\frac{-2}{a})^6$$

$$P_7 = \frac{12\times11\times10\times9\times8\times7}{6\times5\times4\times3\times2\times1}\times a^6\times\frac{64}{a^6} = 59136$$

---

b/ جد قيمة $\lim_{x\to-2}(x^3+2x+3)$

الحل / $\lim_{x\to-2}(x^3+2x+3) = \left[(-2)^3+(2\times-2)+3\right] = \left[-8-4+3\right] = -9$

---

c/ يتحرك جسم على خط مستقيم وحسب العلاقة $s(t)=\sqrt{2t+1}$

اوجد الزمن الذي يستغرقه حتى تصبح سرعته $\frac{1}{3}$ م/ثا ؟

الحل /

$s(t) = (2t+1)^{\frac{1}{2}}$

$v(t) = {}'s(t) = \frac{1}{2}(2t+1)^{\frac{-1}{2}}\times 2$

$v(t) = \frac{1}{(2t+1)^{\frac{1}{2}}}$

$\frac{1}{3} = \frac{1}{(2t+1)^{\frac{1}{2}}}$

$\frac{1}{3} = \frac{1}{\sqrt{2t+1}}$

$\sqrt{2t+1} = 3$

$2t+1=9$ (بتربيع الطرفين)

$2t=9-1 \Rightarrow 2t=8 \Rightarrow t=4$ ثانية

س 5 / أجب عن فرعين فقط :

a/ هل الدالة
$$f(x)=\begin{cases}1-2x & x\le 2\\ 1-x^2 & x>2\end{cases}$$
مستمرة عند $x=2$ ؟

الحل / $f(x)=1-2x$

$f(2)=1-(2\times 2)=1-4=-3$

الغاية من اليمين $\lim_{x\to 2} 1-x^2=1-(2)^2=1-4=-3$

الغاية من اليسار $\lim_{x\to 2} 1-2x=1-(2\times 2)=1-4=-3$

$\lim_{x\to 2} f(x)=f(2)$

∴ الغاية موجودة لان $L_1=L_2$

∴ الدالة مستمرة عند $x=2$

---

b/ جد المساحة المحددة بمنحني الدالتين $y=x^4-12$, $y=x^2$ ؟

الحل / نولد دالة جديدة ولتكن $R(x)$

$R(x)=f(x)-g(x)$

$R(x)=(x^4-12)-x^2$

وان تقطاع الدالة $R(x)$ مع محور السينات بجعل $y=0$

$x^4-x^2-12=0$

$(x^2-4)(x^2+3)=0$

$(x-2)(x+2)(x^2+3)=0$

$x=2$ $x=-2$ $x=\sqrt{-3}\notin R$ يهمل لانه خيالي

$[-2,2]$

الفترة	للفترة $x\in$	اشارة $R(x)$	الموقع
$[-2,2]$	$x=-1$	$(-1)^4-(-1)^2-12=-12<0$	تحت

$$A=-\int_{-2}^{2}(x^4-x^2-12)\,dx$$

$$A = -\left[\frac{X^5}{5} - \frac{X^3}{3} - 12x\right]_{-2}^{2}$$

$$A = \left[\frac{-X^5}{5} + \frac{X^3}{3} + 12x\right]_{-2}^{2}$$

$$A = \left[\frac{-32}{5} + \frac{8}{3} + 24\right] - \left[\frac{32}{5} - \frac{8}{3} - 24\right]$$

$$A = \left[\frac{-32}{5} + \frac{8}{3} + 24 - \frac{32}{5} + \frac{8}{3} + 24\right]$$

$$A = \left[\frac{-64}{5} + \frac{16}{3} + 48\right] = \frac{-112}{15} + 48 = 40\frac{8}{15}\ \text{unit}^2$$

C/ صندوق يحتوي على (4كرات حمراء) ، (8كرات بيضاء) سحبت (3كرات) معا جد طرق سحب

1. كرتان حمراوان وواحدة بيضاء

2 - على الاقل اثنان حمراء ؟

الحل /

(1) عدد طرق سحب (كرتان حمراوان) $C_2^4 = \frac{P_2^4}{2!} = \frac{4\times3}{2\times1} = 6$

عدد طرق سحب كرة بيضاء واحدة $C_1^8 = 8$

عدد الطرق الممكنة لسحب ثلاث كرات $\leftarrow$ $C_2^4 \times C_1^8 = 6 \times 8 = 48$

(2) عدد الطرق $C_2^4 \cdot C_1^8 + C_3^4 = (\frac{4\times3}{2\times1} \times \frac{8}{1}) + \frac{4\times3\times2}{3\times2\times1} = (6\times8) + 4 = 52$

نعني انه يسحب ثلاث كرات على أن تكون اثنان منها حمراء على الأقل أو ثلاثتها حمراء

س 6 / أجب عن فرعين فقط :

a / حوض على شكل متوازي مستطيلات بدون غطاء قاعدته مربعه وحجمه ($108\ m^3$) جد ابعاده بحيث تكون مساحة الالواح المستخدمة في صنعه اقل مايمكن ؟

الحل/ نفرض ان عرض القاعدة = x ، نفرض ان طول القاعدة = x ، ارتفاع الحوض = L

حجم الحوض = الطول × العرض × الارتفاع

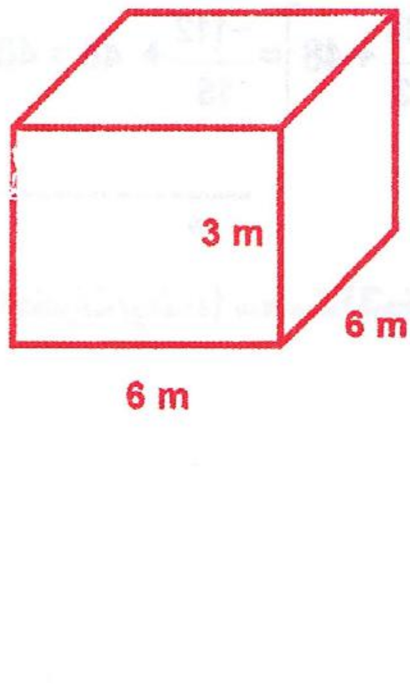
$$v = x \times x \times L$$
$$v = x^2L$$
$$108 = x^2L$$
$$L = \frac{108}{x^2} \quad ..... (1)$$

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مساحة قاعدة واحدة

$$h = 4x \times L + (x^2)$$
$$h = 4xL + x^2 \quad ..... (2)$$

نعوض معادلة (1) في (2)

$$h = 4\cancel{x} + \frac{108}{X^{\cancel{2}}} + X^2$$
$$h = (108 \times 4)x^{-1} + x^2$$
$$h' = -432x^{-2} + 2x$$
$$h' = \frac{-432}{x^2} + 2x$$
$$h' = \frac{-432 + 2x^3}{x^2}$$
$$\frac{-432 + 2x^3}{x^2} = 0$$
$$-432 + 2x^3 = 0$$
$$2x^3 = 432$$
$$x^3 = \frac{432}{2}$$
$$x^3 = 216$$
$$X = \sqrt[3]{216}$$



2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

لكل من الطول والعرض للقاعدة $x = 6\ m$

ارتفاع الحوض $L = \frac{108}{(6)^2} = \frac{108}{36} = 3\ m$

∴ ابعاد الحوض هي ← $(3 \times 6 \times 6)$

الارتفاع العرض الطول

b/ جد قيمة n إذا كان: $2\binom{n}{2} = \binom{n+1}{3}$

الحل /

$$2\,\frac{n(n-1)}{2\times1} = \frac{(n+1)(n+1-1)(n+1-2)}{3\times2\times1}$$

$$2\,\frac{n(n-1)}{2} = \frac{n(n+1)(n-1)}{6}$$

$$\frac{1}{1} = \frac{(n+1)}{6}$$

$$(n+1) = 6$$

$$n = 6-1$$

$$\therefore\ n = 5$$

C/ اذا كانت دالة التكلفة الحدية $T^{/}$ هي: $T^{/} = 2 + 60V - 5V^2$

حيث V حجم الانتاج . جد دالة التكلفة الكلية. علما ان $T = 65$ ؟

الحل / بما ان دالة التكلفة الحدية $T^{/} = 2 + 60V - 5V^2$ فان دالة التكلفة الكلية T هي:

$$T = \int (2 + 60V - 5V^2)\, dv$$

$$T = 2V + 30V^2 - \frac{5}{3}V^3 + C$$

فاذا كانت التكلفة الكلية = 65 عندما حجم الانتاج $V = 0$

فان $C = 65$

$\therefore$ دالة التكلفة الكلية هي: $T = 2V + 30V^2 - \frac{5}{3}V^3 + 65$

حلول أسئلة الرياضيات للصف السادس الأدبي / الدور الثاني 2012 /

س1 / a/ صندوق يحتوي على (10 كرات حمراء) ، (5 كرات خضراء) و (3 كرات بيضاء)

سحبت (5 كرات) على ان تكون ضمن السحبة كرتين حمراء وكرة واحدة خضراء ، فكم طريقة يمكن ذلك ؟

الحل /

العينة المسحوبة لجميع الكرات = 5 كرات

العينة المسحوبة من الكرات الحمراء = 2 كرة

العينة المسحوبة من الكرات الخضراء = 1 كرة

العينة المسحوبة من الكرات البيضاء = 2 كرة

طريقة للسحب $C_2^{10} \times C_1^5 \times C_2^3 = \frac{10\times9}{2\times1} \times \frac{5}{1} \times \frac{3\times2}{2\times1} = 45 \times 15 = 675$

---

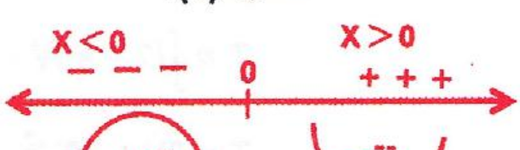
b/ لتكن $f(x) = x^3 - 3x + 2$ جد نقاط الانقلاب ؟

الحل/ $f(x) = x^3 - 3x + 2$

$f'(x) = 3x^2 - 3$

$f''(x) = 6x$

اشارة $f''(x)$



نجعل $f''(x) = 0$

$\therefore\ 6x = 0 \Rightarrow x = 0$

$f(0) = 0^3 - 3(0) + 2 = 2$

نقطة مرشحة $(0 , 2)$

منطقة التحدب $\{x : x \in R , x < 0\}$

منطقة التقعر $\{x : x \in R , x > 0\}$

$\therefore$ نقطة انقلاب $(0 , 2)$

س 2 / a/ اذا كانت $f(x) = ax^2 + bx$ وكانت $\lim_{x\to1} f(x) = 5$ ، $\lim_{x\to-2} f(x) = 8$ ،
جد قيمتي a , b الحقيقيتين؟

الحل / $\lim_{x\to-2} ax^2 + bx = 8$

$a(-2)^2 + b(-2) = 8$

$4a - 2b = 8 \;..........\; (1)$

$\lim_{x\to1} ax^2 + bx = 5$

$a(1)^2 + b(1) = 5$

$a + b = 5$

$a = 5 - b \;..........\; (2)$

نعوض معادلة (2) في معادلة (1) $4(5 - b) - 2b = 8$

$20 - 4b - 2b = 8$

$20 - 6b = 8$

$-6b = 8 - 20$

$-6b = -12$

$b = \frac{-12}{-6} = 2 \Rightarrow$ $\boxed{b = 2}$

$a = 5 - 2 = 3 \Rightarrow$ $\boxed{a = 3}$

---

b/ اذا كانت $f(x) = (x^2 - 3)^4$ جد $f'(x)$, $f''(x)$ عند $x = 2$ ؟

الحل / $f'(x) = 4(x^2 - 3)^3(2x)$

$f'(2) = 4(2^2 - 3)^3(2 \times 2) = 16$

$f''(x) = 4(x^2 - 3)^3(2) + (2x)\left[12(x^2 - 3)(2x)\right]$

$f''(2) = \left[4 \times 2\right] + \left[4 \times 12 \times 1 \times 4\right]$

$f''(2) = 8 + 192 = 200$

س 3 / a / لتكن $y = f(x) = x$ وعلى الفترة $[-1, 1]$ ، $y = g(x) = \sqrt[3]{x}$ وعلى الفترة $[-1, 1]$ جد المساحة المحددة بمنحني الدالتين ؟

الحل/ نولد الدالة $R(x)$ حيث :

$R(x) = f(x) - g(x)$

$R(x) = x - \sqrt[3]{x}$

التقاطع : $y = 0 \Rightarrow x - \sqrt[3]{x} = 0 \Rightarrow x^3 = x \Rightarrow x^3 - x = 0$

$x(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow x = 0 , x = \pm 1$

$[-1, 0] , [0, 1]$

الفترة	$x \in$ للفترة	اشارة $R(x)$	الموقع
$[-1, 0]$	$x = \frac{-1}{8}$	$\frac{-1}{8} - \sqrt[3]{-\frac{1}{8}} > 0$	فوق
$[0, 1]$	$x = \frac{1}{8}$	$\frac{1}{8} - \sqrt[3]{\frac{1}{8}} < 0$	تحت

$$A = \int_{-1}^{0} \left[x - x^{\frac{1}{3}}\right]dx + \int_{0}^{1} \left[x^{\frac{1}{3}} - x\right]dx$$

$$= \left[\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4}\right]_{-1}^{0} + \left[\frac{4}{3}\sqrt[3]{x^4} - \frac{1}{2}x^2\right]_{0}^{1}$$

$$= [0] - \left[\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right] + \left[\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right] - [0]$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \text{ unit}^2$$

---

b/ رمى لاعب كرة صلدة نحو الأعلى بإزاحة $s(t) = 224\,t - 16\,t^2$ من الامتار في نهاية t من الثواني ، أحسب أقصى ارتفاع تصله الكرة .

الحل / أقصى ارتفاع تصل اليه الكرة الصلدة عندما تصبح سرعتها = صفرا

$V(t) = s'(t) = 224 - 32\,t$

$224 - 32\,t = 0$

$32\,t = 224$

$t = \frac{224}{32} = 7$ ثانية

$s(7) = 224(7) - 16\,(7)^2$

$s(7) = 1568 - 784$

$s(7) = 784$ m أقصى ارتفاع تصله الكرة الصلدة

س 4 / أجب عن فرعين فقط :

a/ جد الحد الذي يحتوي على x^4 في مفكوك $(1 + x^2)^6$ ثم جد معامله ؟

الحل / نفرض ان الحد الذي يحتوي على x^4 في مفكوك $(1 + x^2)^6$ هو P_r

$$P_r = C^6_{r-1}\ (1)^{6-r+1}\ (x^2)^{r-1}$$

$$P_r = C^6_{r-1}\ (1)^{7-r}\ (x)^{2r-2}$$

$$x^4 = x^{2r-2}$$

$$2r - 2 = 4$$

$$2r = 4 + 2$$

$$2r = 6$$

$\therefore$ الحد الثالث هو الحد الذي يحتوي (x^4) $r = \frac{6}{2} \Rightarrow r = 3$

$$P_3 = C^6_2\ (1)^4\ (x^2)^2$$

$$P_3 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} \times 1 \times x^4$$

$$P_3 = 15x^4$$

$\therefore$ معامل الحد الثالث هو (15)

---

b/ جد قيمة : $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1}$

الحل /

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1} = \lim_{x \to 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{(\sqrt{x} - 1)}$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)(x + 1)}{(\sqrt{x} - 1)}$$

$$\lim_{x \to 1} (\sqrt{x} + 1)(x + 1) = (\sqrt{1} + 1)(1 + 1) = 2 \times 2 = 4$$

c/ من مستطيل محيطه (120 cm) قطعت منطقة على شكل نصف دائرة. ينطبق قطرها على احد الضلعين الصغيرين للمستطيل ما ابعاد ذلك المستطيل لكي تكون المساحة المتبقية بعد القطع اكبر ما يمكن؟

الحل/

نفرض طول الضلع الصغير للمستطيل = 2x

طول الضلع الاخر = y

مساحة المستطيل = 2xy

المساحة المقطوعة = نصف دائرة / قطرها (2x)

∴ المساحة المقطوعة $= \frac{1}{2} x^2 \pi$

المساحة المقطوعة $= \frac{1}{2} x^2 \frac{22}{7} = \frac{11}{7} x^2$

المساحة المتبقية من المستطيل بعد القطع

$m = 2xy - \frac{11}{7}x^2$ ....(1)

∴ محيط المستطيل $= 2(2x + y)$

$2(2x + y) = 120$

$2x + y = 60$

$y = 60 - 2x$........(2)

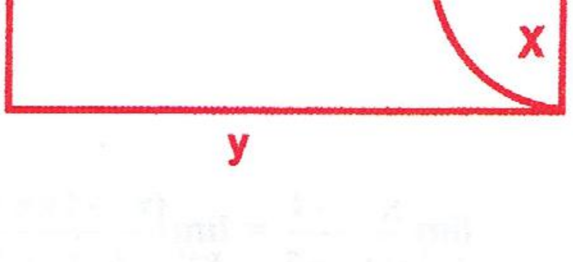
نعوض(2) في (1)

$m = 2x(60 - 2x) - \frac{11}{7}x^2$

$m = 120x - 4x^2 - \frac{11}{7}x^2$

$m' = 120 - 8x - \frac{22}{7}x$

$120 - 8x - \frac{22}{7}x = 0$ بضرب طرفي المعادلة في (7)



$840 - 56x - 22x = 0$

$78x = 840$

$x = \frac{840}{78} = \frac{140}{13}$ cm

طول الضلع الصغير $= 2X = 2 \cdot \frac{140}{13} = \frac{280}{13}$ cm

طول الضلع الكبير $= 60 - 2X = 60 - \frac{280}{13} = \frac{500}{13}$ cm

س 5 / أجب عن فرعين فقط :

a/ لتكن $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & x \geq -1 \\ x^2 & x < -1 \end{cases}$ أبحث :

(1) استمرارية الدالة عند $x = -1$

(2) هل للدالة غاية عند $x = 4$ ؟ بين ذلك.

الحل / (1) عندما $x = -1$ فان $f(X) = 3x + 1$

$$f(-1) = 3(-1) + 1$$
$$= -3 + 1 = -2$$

لنبحث وجود $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$

$\therefore \lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to -1^+} (3x+1) = 3(-1) + 1 = -3 + 1 = -2 = L_1$ الغاية من اليمين

$\therefore \lim\limits_{x\to -1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to -1^-} x^2 = (-1)^2 = 1 = L_2$ الغاية من اليسار

$\because L_1 \neq L_2$

$\therefore$ الغاية غير موجودة

$\therefore$ f غير مستمرة عند $x = -1$

الحل / (2)

$$\lim_{x\to 4} f(x) = \lim_{x\to 4} (3x+1) = 3(4) + 1 = 13$$

$\therefore$ للدالة غاية عند $x = 4$

---

b/ منحني ميله عند اية نقطة من نقاطه يساوي $x\sqrt{x^2+9}$
جد معادلته اذا كان يمر بالنقطة $(0, 7)$ ؟

الحل /

$$y = \int x\sqrt{x^2+9}\,dx$$

$$y = \frac{2}{2}\int x(x^2+9)^{\frac{1}{2}}\,dx$$

$$y = \frac{1}{2}\int (x^2+9)^{\frac{1}{2}}(2x)\,dx$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot \frac{(x^2+9)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C$$

$$y = \frac{1}{3}\sqrt{(x^2+9)^3} + c$$

$\because$ المنحني يمر بالنقطة $(0, 7)$

اذن النقطة تحقق معادلة المنحني

$$y = f(x)$$

$$7 = \frac{1}{3}\sqrt{(0+9)^3} + c$$

$$C = -2$$

$\therefore$ معادلة المنحني $y = \frac{1}{3}\sqrt{(x^2+9)^3} - 2$

c/ جد قيمة n إذا كان: $6\binom{n}{3} = \binom{n+1}{4}$

الحل/

$$6\left[\frac{n(n-1)(n-2)}{3\times2\times1}\right] = \frac{(n+1)(n+1-1)(n+1-2)(n+1-3)}{4\times3\times2\times1}$$

$$6\left[\frac{n(n-1)(n-2)}{6}\right] = \frac{n(n+1)(n-1)(n-2)}{24}$$

$$\frac{1}{1} = \frac{(n+1)}{24}$$

$$(n+1) = 24$$

$$n = 24-1$$

$$\therefore\ n = 23$$

س 6 / أجب عن فرعين فقط:

a/ جد ناتج: $\int \frac{aX^2+1}{\sqrt{aX^3+3X+1}}\,.\,dx$

الحل/

$$\int (aX^2+1)(aX^3+3X+1)^{-\frac{1}{2}}\,.\,dx$$

$$\frac{3}{3}\int (aX^2+1)(aX^3+3X+1)^{-\frac{1}{2}}\,.\,dx$$

$$\frac{1}{3}\int (3aX^2+3)(aX^3+3X+1)^{-\frac{1}{2}}\,.\,dx$$

$$=\frac{1}{3}.\frac{2}{1}(aX^3+3X+1)^{\frac{1}{2}} + C$$

$$=\frac{2}{3}\sqrt{aX^3+3X+1} + C$$

---

b/ بكم طريقة يمكن ان يجلس (10) طلاب على (4) كراسي؟

الحل/

الطريقة الاولى (التباديل)

$$P_4^{10} = 10\times9\times8\times7 = 5040$$

الطريقة الثانية (مبدأ العد)

طرق اختيار الكرسي الاول = 10

طرق اختيار الكرسي الثاني = 9

طرق اختيار الكرسي الثالث = 8

طرق اختيار الكرسي الرابع = 7

$$10\times9\times8\times7 = 5040$$

C / أرسم بيان الدالة الاتية حسب معلوماتك بالتفاضل : $f(x) = 3x - x^3$

$f(x) = 3x - x^3$

$f(0) = 3(0) - (0)^3 = 0$, نجعل $x = 0$

$y = f(x) = 0$ ∴ نقطة التقاطع هي (0 , 0)

$3x - x^3 = 0$

$x(3 - x^2) = 0$

$x = 0 \quad , \quad x = \sqrt{3} \quad , \quad x = -\sqrt{3}$

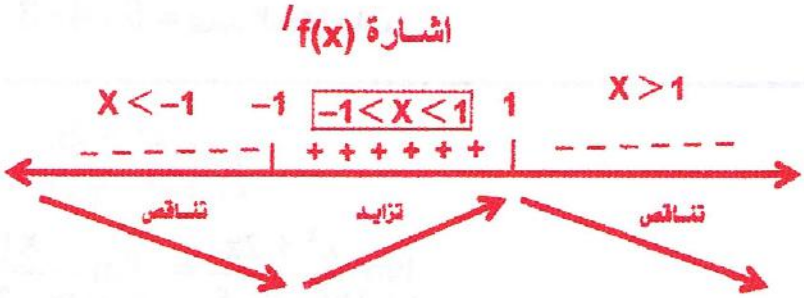
∴ نقاط التقاطع هي $(0, 0), (\sqrt{3}, 0), (-\sqrt{3}, 0)$

$f'(x) = 3 - 3x^2$

$[3 - 3x^2 = 0] \div 3$

$1 - x^2 = 0$

$(1 - x)(1 + x) = 0$



$x = 1 \quad , \quad x = -1$

$\therefore y = 3(1) - (1)^3 = 2$

$y = 3(-1) - (-1)^3 = 2$

ـ مناطق التزايد : الفترة المفتوحة (1 , 1 -)

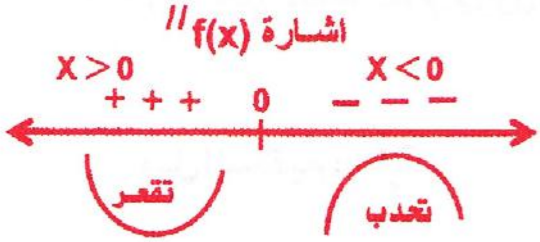
ـ مناطق التناقص : $\{-1 > x > 1\}$

∴ نهاية عظمى محلية (1 , 2) ، نهاية صغرى محلية (-1 , -2)

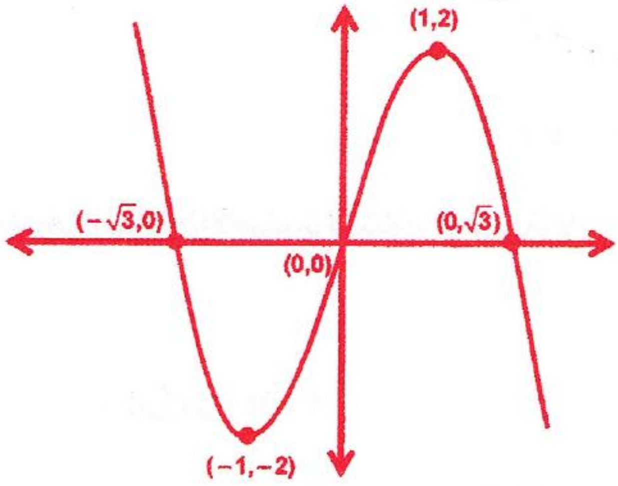
$f'' = -6x$

$-6x = 0$

$x = 0$



$y = 3(0) - (0)^3 = 0$ ∴ (0 , 0) هي نقطة انقلاب



x	y
0	0
$\sqrt{3}$	0
$-\sqrt{3}$	0
−1	−2
1	2

حلول أسئلة الرياضيات للصف السادس الأدبي / الدور الأول 2013 /

س1-a/ كم كلمة مؤلفة من اربعة حروف مختلفة يمكن تكوينها من الاحرف [أ، ب، جـ، د، هـ،]

الحل /

عدد طرق اختيار الحرف الاول = 5

عدد طرق اختيار الحرف الثاني = 4

عدد طرق اختيار الحرف الثالث = 3

عدد طرق اختيار الحرف الرابع = 2

∴ عدد الكلمات = $5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$ كلمة

---

b / جد قيمة $\lim_{x \to -2} \frac{x^2 + 2x}{x^2 - x - 6}$

الحل /

$$\lim_{x \to -2} \frac{x^2 + 2x}{x^2 - x - 6} = \lim_{x \to -2} \frac{x\cancel{(x+2)}}{(x-3)\cancel{(x+2)}}$$

$$\lim_{x \to -2} \frac{x}{(x-3)} = \frac{-2}{-2-3} = \frac{-2}{-5} = \frac{2}{5}$$

س2-a/ جد نقطة تنتمي الى المنحني $f(x) = x^2 - 4x + 5$ والتي عندها المماس يوازي المستقيم الذي معادلته $y + 2x + 3$ ؟

الحل / ميل المستقيم المعلوم $= \frac{-\text{معامل } x}{\text{معامل } y}$ ∴ ميل المستقيم $= \frac{-2}{1}$

ميل المستقيم المعلوم = ميل المماس = 2 - (لانهما متوازيان)

$f'(x) = 2x - 4$

$2x - 4 = -2 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$

نعوض في المعادلة الاصلية لاستخراج قيمة y

$y = 1^2 - 4(1) + 5$

$y = 2$

∴ النقطة (1 , 2)

b / جد ناتج التكاملات الاتية :

1- $\int(6x^2 - 4x + 3)dx$

$= 6\int x^2dx - 4\int x\,dx + 3\int dx$

$= \overset{2}{\cancel{6}}\frac{x^3}{\cancel{3}} - \overset{2}{\cancel{4}}\frac{x^2}{\cancel{2}} + 3x + C$

$= 2x^3 - 2x^2 + 3x + C$

2- $\int_0^1 \frac{x\,dx}{\sqrt{x^2+1}}$

$= \int_0^1 x(x^2+1)^{-\frac{1}{2}} \cdot dx$

$= \frac{1}{2}\int_0^1 2x(x^2+1)^{-\frac{1}{2}} \cdot dx$

$= \left[\frac{1}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{2}}{1} \times \sqrt{x^2+1}\right]_0^1 = \left[\sqrt{x^2+1}\right]_0^1$

$= \left[\sqrt{1+1}\right] - \left[\sqrt{0+1}\right] = \sqrt{2} - 1$

س3-a/ لتكن

$f(x) = \begin{cases} 2x+3 & x < 0 \\ x^2+1 & x \geq 0 \end{cases}$ هل f مستمرة عند x = 0 ؟

الحل / عند x = 0 فان

1- $f(x) = x^2 + 1$

$\therefore f(0) = 0^2 + 1 = 1$

لنبحث وجود $\lim_{x\to 0} f(x)$

2- الغاية من اليمين

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+}(x^2+1) = \lim_{x\to 0^+} x^2 + \lim_{x\to 0^+} 1$

$= 0^2 + 1 = 1 = L_1$

الغاية من اليسار

$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-}(2x+3)$

$= \lim_{x\to 0^-} 2x + \lim_{x\to 0^-} 3 = 2(0) + 3 = 3 = L_2$

$\therefore L_1 \neq L_2$

∴ الغاية غير موجودة عند x = 0

∴ f غير مستمرة عند x = 0

b / اذا تحرك الجسم وفق العلاقة $s(t) = t^3 - 6t^2 + 18t + 12$ بالامتار ، t الزمن بالثانية احسب بعد الجسم عن نقطة بداية الحركة وسرعته عندما يصبح تعجيله صفرا ؟

الحل /

$s(t) = t^3 - 6t^2 + 18t + 12$

$v(t) = {}'s(t) = 3t^2 - 12t + 18$

${}'v(t) = 6t - 12$

$6t - 12 = 0 \Rightarrow \quad t = \frac{12}{6} = 2$ ثانية

$s(2) = 2^3 - 6(2)^2 + 18(2) + 12$

$= 8 - 24 + 36 + 12 = 32$ متر بعد الجسم عن نقطة بداية الحركة

$v(2) = 3(2)^2 - 12(2) + 18$

$= 12 - 24 + 18 = 6$ متر/ثا السرعة

س 4 / أجب عن فرعين فقط :

a / جد معامل x^2 في مفكوك $(x^3 + \frac{2}{x^2})^9$ ؟

الحل /

$P_r = C^9_{r-1}(x^3)^{9-r+1}(2x^{-2})^{r-1}$

$P_r = C^9_{r-1}x^{27-3r+3}(2x)^{-2r+2}$

$P_r = C^9_{r-1}x^{32-5r}$

$x^2 = x^{32-5r}$

$2 = 32 - 5r$

$5r = 32 - 2$

$5r = 30 \Rightarrow r = \frac{30}{5} \Rightarrow r = 6$ ∴ الحد السادس يحتوي على (x^2)

$P_6 = C^9_5(x^3)^{9-6+1}(2x^{-2})^5$

$P_6 = \frac{9\times8\times7\times6\times5}{5\times4\times3\times2\times1} \times x^{12} \times (32x^{-10})$

$P_6 = 4032\,x^2$ ∴ معامل x^2 هو (4032)

b / اذا كانت $\lim_{x\to 1}\frac{x^2+3x-1}{x+2}=2a+3$ جد قيمة a ؟

الحل /

$$\frac{\lim_{x\to 1}(x^2+3x-1)}{\lim_{x\to 1}(x+2)}=2a+3$$

$$\frac{\lim_{x\to 1}x^2+\lim_{x\to 1}3x-\lim_{x\to 1}1}{\lim_{x\to 1}x+\lim_{x\to 1}2}$$

$$\frac{1^2+3-1}{1+2}=2a+3$$

$$\frac{3}{3}=2a+3$$

$$1=2a+3 \Rightarrow 1-3=2a$$

$$2a=-2 \Rightarrow a=-1$$

C / جد المساحة المحددة بين منحني الدالتين $y=f(x)=X$ ، $y=g(x)=X^3$ ؟

الحل / نولد الدالة الجديدة ولتكن :

$$R(x)=f(x)-g(x)$$
$$R(x)=x-x^3$$

تقاطع الدالة R(x) مع محور السينات ← y = 0

$$x-x^3=0 \Rightarrow x(1-x^2)=0 \Rightarrow x=0\ ,\ x=\pm 1$$

$[-1,0]\ ,\ [0,1]$

الفترة	x∈ للفترة	اشارة R(x)	الموقع
$[-1,0]$	$X=\frac{-1}{2}$	$\frac{-1}{2}+\frac{1}{8}<0$	تحت
$[0,1]$	$x=\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}-\frac{1}{8}>0$	فوق

$$A=A_1+A_2=-\int_{-1}^{0}(x-x^3)\,dx+\int_{0}^{1}(x-x^3)\,dx$$

$$A=A_1+A_2=\int_{-1}^{0}(-x+x^3)\,dx+\int_{0}^{1}(x-x^3)\,dx$$

$$= \left[\frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4}\right]_{-1}^{0} + \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4}\right]_{0}^{1}$$

$$= [0] - \left[\frac{-1}{2} + \frac{1}{4}\right] + \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right] - [0]$$

$$= -\left[\frac{-1}{4}\right] + \left[\frac{1}{4}\right]$$

$$A = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \text{ unit}^2$$

س 5 / أجب عن فرعين فقط :

a / جد مشتقة الدوال الاتية :

1- $f(x) = (4 - x)(x^2 + 3)$

$f'(x) = (4 - x)(2x) + (x^2 + 3)(-1)$

2- $f(x) = x + \dfrac{3}{x^2 + 2}$

$f(x) = x + 3(x^2 + 2)^{-1}$

$f'(x) = 1 - 3(x^2 + 2)^{-2}(2x)$

$f'(x) = 1 - \dfrac{6x}{(x^2 + 2)^2}$

---

b / جد قيمة n اذا كان $P_5^n = 8P_4^n$

الحل /

$P_5^n = 8P_4^n$

$n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4) = 8\,[n(n-1)(n-2)(n-3)]$

$\cancel{n(n-1)(n-2)(n-3)}\,(n-4) = 8\,[\cancel{n(n-1)(n-2)(n-3)}]$

$n - 4 = 8$

$n = 8 + 4$

$\therefore n = 12$

---

c / جد عددين مجموعهما (15) وحاصل ضرب احدهما في مربع الاخر اكبر ما يمكن ؟

الحل / نفرض ان العدد $= x$

العدد الثاني $= 15 - X$

نفرض ان الدالة $= A$

$A = X(15 - X)^2$

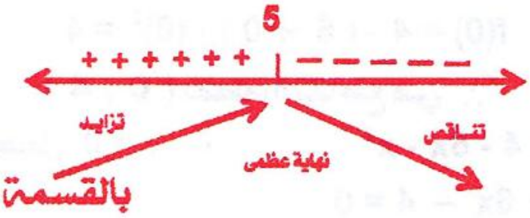
$A = X(225 - 30X + X^2)$

$A = 225X - 30X^2 + X^3$

$A' = 225 - 60X + 3X^2$

$225 - 60X + 3X^2 = 0$

$75 - 20X + X^2 = 0$ بالقسمة على 3



$(5 - X)(15 - X) = 0$

اما $(5 - X) = 0 \Rightarrow X = 5$

او $(15 - X) = 0 \Rightarrow X = 15$ تهمل لانه غير ممكن هذا الاحتمال

العدد الاول $5 = X =$

العدد الثاني $10 = 5 - 15 =$

س 6 / أجب عن فرعين فقط :

a / يراد تشكيل لجنة من ستة اعضاء من بين (5طلاب) و (8 مدرسين) فبكم طريقة يمكن تكوين اللجنة المحتوية على مدرسين اثنين فقط ؟

الحل /

عدد طرق اختيار الطلاب $C_4^5 = C_{5-4}^5 = C_1^5 = \frac{P_1^5}{1!} = 5$

عدد طرق اختيار المدرسين $C_2^8 = \frac{P_2^8}{2!} = \frac{8\times7}{2\times1} = 28$

بأستخدام مبدأ العد طرق تكوين اللجنة $C_4^5 \times C_2^8 = 5 \times 28 = 140$

---

b / اذا كانت دالة الايراد الحدي هي $M' = 12 - 8V + V^2$ ،

فاوجد دالة الايراد الكلي ودالة الطلب (السعر) بفرض ماينتج يباع ؟

الحل / دالة الايراد الكلي $M = \int (12 - 8V + V^2) \cdot dv$

$M = 12V - 4V^2 + \frac{V^3}{3} + C$

دالة السعر $= \frac{M}{\text{الكمية المباعة}} = \frac{12V - 4V^2 + \frac{1}{3}V^3}{V}$

دالة السعر $= 12 - 4V + \frac{1}{3}V^2$ وذلك بفرض ان ماينتج يباع

C / بالاستعانة بالتفاضل ارسم منحني الدوال التالية : $f(x) = 4 - 6x - x^2$

الحل / $f(x) = 4 - 6x - x^2$

$f(0) = 4 - (6 \times 0) - (0)^2 = 4$ ⬅ نجعل $x = 0$

$\therefore$ نقطة التقاطع هي $(0, 4)$

$0 = 4 - 6x - x^2$ ← نجعل $y = 0$

$x^2 + 6x - 4 = 0$

$$\frac{-6 \pm \sqrt{(6)^2 + 4(1)(-4)}}{2 \times 1} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 16}}{2} = \frac{-6 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{2(-3 \pm \sqrt{5})}{2} = -3 \pm \sqrt{5}$$ $(-3+\sqrt{5}, 0)(-3-\sqrt{5}, 0)$

نقاط التقاطع $(-0.8, 0), (-5.3, 0)$

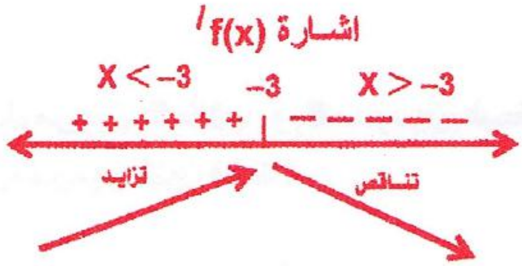
$f'(x) = -6 - 2x$

$-6 - 2x = 0$

$-2x = 6$

$x = \frac{6}{-2}$

$x = -3$



$y = 4 - (6 \times -3) - (-3)^2$

$y = 4 + 18 - 9 = 13$

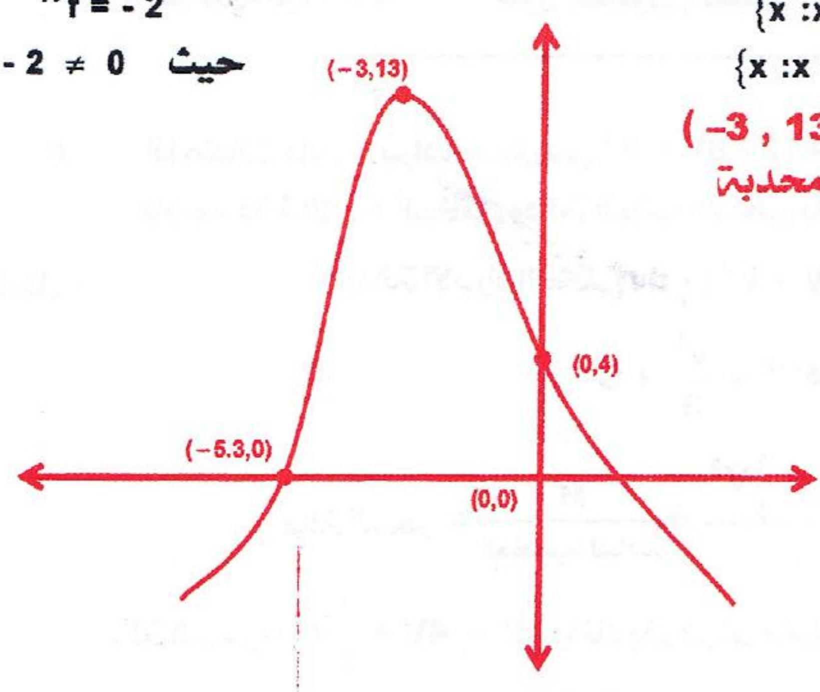
$f'' = -2$

$-2 \neq 0$ حيث

- مناطق التزايد : $\{x : x < -3\}$
- مناطق التناقص : $\{x : x > -3\}$

$\therefore$ نهاية عظمى محلية $(-3, 13)$

$\therefore$ لاتوجد نقاط انقلاب والدالة محدبة



x	y
−0.8	0
0	4
−5.3	0
−3	13

حلول أسئلة الرياضيات للصف السادس الأدبي / الدور الثاني / 2013 /

س1-a/ لدى احمد (6 قمصان) مختلفة الالوان و (7 بنطلونات) مختلفة و (4 أحذية) مختلفة فبكم زي مختلف ممكن ان يظهر به احمد مكون من قميص وبنطلون وحذاء

الحل /

زي مختلف يظهر به احمد $6 \times 7 \times 4 = 168$

---

b / اذا علمت ان النقطة (1 ,2) هي نقطة نهاية صغرى محلية للدالة $f(x) = a+(x-b)^2$ فجد قيمة كل من $[a , b \in R]$ ؟

الحل / (1 , 2) تنتمي للدالة وتحقق معادلة الدالة.

$y = f(x) = a + (x - b)^2$

$1 = a + (2 - b)^2$

$1 = a + 4 - 4b + b^2$

$a - 4b + b^2 = 1 - 4$

$a - 4b + b^2 = -3$ ....(1)

$f'(x) = 2(x - b) \times (1)$

$f'(x) = 2(x - b)$

$2(x - b) = 0$

$x - b = 0$

بالتعويض عن قيمة x ⟵ $2 - b = 0$

$b = 2$

نعوض b في معادلة (1) لايجاد قيمة (a)

$a - (4 \times 2) + (2)^2 = -3$

$a - 8 + 4 = -3$

$a = -3 - 4 + 8$

$a = 1$

س2-a/ جد قيمة $\lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$ حيث $x \geq -1$, $x \neq 3$ ؟

الحل/ لو عوضنا قيمة $x = 3$ في البسط والمقام مباشرة نحصل على قيمة المقدار $= \frac{0}{0}$ وهي كمية غير معرفة لذلك نضرب البسط والمقام بالعامل المرافق للبسط (ولوجود الجذر في البسط) اي انه :

$$\lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} \cdot \frac{\sqrt{x+1}+2}{\sqrt{x+1}+2}$$

$$= \lim_{x \to 3} \frac{x+1-4}{(x-3)(\sqrt{x+1}+2)} = \lim_{x \to 3} \frac{\cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-3)}(\sqrt{x+1}+2)}$$

$$= \frac{\lim_{x \to 3} 1}{\lim_{x \to 3}(\sqrt{x+1}+2)} = \frac{1}{\lim_{x \to 3}(\sqrt{x+1}) + \lim_{x \to 3} 2}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\lim_{x \to 3} x + \lim_{x \to 3} 1} + 2} = \frac{1}{\sqrt{3+1}+2} = \frac{1}{4}$$

---

b / جد مشتقة الدالة $f(x) = (4-x)(x^2+3)$ عند $x = 2$

الحل/

$$f(x) = (4-x)(x^2+3)$$

$$f'(x) = (4-x)(2x) + (x^2+3)(-1)$$

$$f'(2) = (4-2)(2 \times 2) + ((2)^2+3)(-1)$$

$$f'(2) = 8 + (-7) = 8 - 7 = 1$$

س3-a/ جد التكاملات الاتية :

1- $\int \frac{dx}{\sqrt[5]{x^2 - 16x + 64}}$

$= \int \frac{dx}{(x^2 - 16x + 64)^{\frac{1}{5}}}$

$= \int (x^2 - 16x + 64)^{-\frac{1}{5}} \cdot dx$

$= \int [(x - 8)^2]^{-\frac{1}{5}} \cdot dx$

$= \int (x - 8)^{-\frac{2}{5}} \cdot dx$

$= \frac{(x - 8)^{\frac{3}{5}}}{\frac{3}{5}} + C$

$= \frac{5}{3} (x - 8)^{\frac{3}{5}} + C$

$= \frac{5}{3} \sqrt[5]{(x - 8)^3} + C$

2- $\int \frac{x^4 - 16}{x + 2} \cdot dx$

$= \int \frac{(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)}{(x + 2)} \cdot dx$

$= \int (x - 2)(x^2 + 4) \cdot dx$

$= \int (x^3 + 4x - 2x^2 - 8) \cdot dx$

$= \int x^3 \cdot dx + 4\int x \cdot dx - 2\int x^2\, dx - 8\int dx$

$= \frac{1}{4}x^4 + 4\frac{x^2}{2} - 2\frac{x^3}{3} - 8x + C$

$= \frac{1}{4}x + 2x^2 - \frac{2}{3}x^3 - 8x + C$

---

b / جد معادلة المماس والعمود على المماس للمنحني $y = \frac{2x + 1}{3 - x}$ عند $y = 5$ ؟

الحل / ∴ نقطة التماس $(2 , 5)$

$5 = \frac{2x + 1}{3 - x} \Rightarrow 2x + 1 = 15 - 5x \Rightarrow x = \frac{14}{7} = 2$

$y' = \frac{(3 - x)(2) - (2x + 1)(-1)}{(3 - x)^2} = \frac{7}{(3 - x)^2}$

$f'(2) = \frac{7}{(3 - 2)^2} = 7$ ميل المماس

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 5 = 7(x - 2) \Rightarrow y - 5 = 7x - 14 \Rightarrow y - 7x + 9 = 0$ معادلة المماس

ميل العمود $= \frac{-1}{7}$

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 5 = \frac{-1}{7}(x - 2) \Rightarrow 7y - 35 = -x + 2 \Rightarrow 7y + x - 37 = 0$ معادلة العمود

س 4 / أجب عن فرعين فقط :

a / لتكن

$$f(x) = \begin{cases} ax + 3 & x \geq 1 \\ 3x^2 + 1 & x < 2 \end{cases}$$

جد قيمة a اذا علمت ان f مستمرة عند $x = 1$ ؟

الحل / ∵ f مستمرة عند $x = 1$ ∴ الغاية موجودة ويعني ان $L_1 = L_2$

$$\lim_{x \to 1} ax + 3 = \lim_{x \to 1} 3x^2 + 1$$

$a(1) + 3 = 3(1)^2 + 1 \Rightarrow a + 3 = 3 + 1 \Rightarrow a + 3 = 4 \Rightarrow a = 4 - 3$

$\boxed{a = 1}$

---

b / جد الحد الخالي من (X) في مفكوك $(x^2 - \frac{1}{x})^{15}$ ؟

الحل / نفرض ان رتبة الحد الخالي من X (اي يحوي على x^0) هي (r) فيكون :

$$P_r = C^n_{r-1} (x^2)^{n-r+1} (\frac{-1}{x})^{r-1}$$
$$= C^{15}_{r-1} (x)^{2(15-r+1)} (-1)^{r-1} (x^{-1})^{r-1}$$
$$= C^{15}_{r-1} x^{32-2r} (-1)^{r-1} (x)^{-r+1}$$
$$= C^{15}_{r-1} x^{33-3r} (-1)^{r-1}$$

$\therefore x^{33-3r} = x^0$

$33 - 3r = 0 \Rightarrow 33 = 3r \Rightarrow r = 11$

فيكون : **(11)** هو الحد الذي رتبته الحد الخالي من x

$$P_{11} = C^{15}_{10}(x^2)^{15-11+1}(-1)^{11-1}(x)^{-11+1}$$
$$P_{11} = C^{15}_{10} (x^{10}) (x^{-10}) (1)$$
$$P_{11} = C^{15}_{10} = C^{15}_{15-10} = C^{15}_{5} = \frac{p(15, 5)}{5!}$$
$$P_{11} = \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 3003$$

قيمة الحد الخالي من x

C / جد معادلة المنحني الذي مشتقته الثانية = 2 - 6X واذا كان ميله عند النقطة (2 , 5) يساوي (1 -) ؟

الحل/

$y'' = 6x - 2$

$y' = \int (6x - 2)\, dx$

$y' = 3x^2 - 2x + C_1$

$y = \int (3x^2 - 2x + C_1)\, dx$

$y = x^3 - x^2 + C_1 x + C_2$

∵ المشتقة الاولى = الميل

$\therefore -1 = 3(2)^2 - 2(2) + C_1$

$-1 = 12 - 4 + C_1$

$C_1 = -1 - 12 + 4$

$C_1 = -9$

$y = x^3 - x^2 + C_1 x + C_2$

$5 = (2)^3 - (2)^2 + (-9)(2) + C_2$

$5 = -14 + C_2$

$C_2 = 5 + 14$

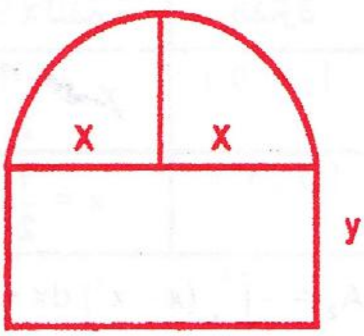
$C_2 = 19$

∴ معادلة المنحني هي $\left[y = x^3 - x^2 - 9x + 19 \right]$

س 5 / أجب عن فرعين فقط :

a / نافذة على شكل مستطيل يعلوه نصف دائرة بحيث ينطبق قطره على احد ابعاد المستطيل ، فاذا كان محيط المستطيل (8 m) جد ابعدا المستطيل لكي تكون مساحة النافذة اكبر ما يمكن ؟

الحل/ نفرض ان عرض المستطيل = 2x ، نفرض ان طول المستطيل = y



محيط المستطيل = $2(2x + y)$

$8 = 4x + 2y$

$2y = 8 - 4x$

$y = \frac{8 - 4x}{2} = \frac{2(4 - 2x)}{2}$

$y = 4 - 2x$ ....(1)

مساحة النافذة = مساحة المستطيل + $\frac{1}{2}$ مساحة الدائرة

$h = 2xy + \frac{1}{2}(x^2 \times \frac{22}{7})$

$h = 2x(4 - 2x) + \frac{22x^2}{14}$

$h = 8x - 4x^2 + \frac{11x^2}{7} \rightarrow h' = 8 - 8X + \frac{22X}{7}$

$\left[8 - 8x + \frac{22x}{7} = 0\right] \times 7$

$56 - 56x + 22x = 0 \Rightarrow 56 - 34x = 0 \Rightarrow 34x = 56 \Rightarrow x = \frac{56}{34} = 1.65\ m$

عرض المستطيل $= 2x = 2 \times 1.65 = 3.3\ m$

طول المستطيل $= y = 4 - 2x = 4 - 3.3 = 0.7\ m$ الطول

---

b / جد المساحة المحددة بين منحني الدالتين $y = f(x) = X$ ، $y = g(x) = X^3$ ؟

الحل / نولد الدالة الجديدة ولتكن :

$R(x) = f(x) - g(x)$

$R(x) = x - x^3$

تقاطع الدالة $R(x)$ مع محور السينات $y = 0$ ←

$x - x^3 = 0 \rightarrow x(1 - x^2) = 0 \rightarrow x = 0\ ,\ x = \pm 1$

$[-1, 0]\ ,\ [0, 1]$

الموقع	اشارة $R(x)$	$x \in$ للفترة	الفترة
تحت	$\frac{-1}{2} + \frac{1}{8} < 0$	$X = \frac{-1}{2}$	$[-1, 0]$
فوق	$\frac{1}{2} - \frac{1}{8} > 0$	$x = \frac{1}{2}$	$[0, 1]$

$A = A_1 + A_2 = -\int_{-1}^{0} (x - x^3)\,dx + \int_0^1 (x - x^3)\,dx$

$A = A_1 + A_2 = \int_{-1}^{0} (-x + x^3)\,dx + \int_0^1 (x - x^3)\,dx$

$$= \left[\frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4}\right]_{-1}^{0} + \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4}\right]_{0}^{1}$$

$$= [0] - \left[\frac{-1}{2} + \frac{1}{4}\right] + \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right] - [0]$$

$$= -\left[\frac{-1}{4}\right] + \left[\frac{1}{4}\right]$$

$$A = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \text{ unit}^2$$

C / جد قيمة n إذا كانت $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = 30$

الحل /

$$\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = 30$$

$$\frac{(n+1)(n+1-1)(n+1-2)!}{(n-1)!} = 30$$

$$\frac{n(n+1)\cancel{(n-1)!}}{\cancel{(n-1)!}} = 30$$

$$n(n+1) = 30$$

$$n^2 + n - 30 = 0$$

$$(n+6)(n-5) = 0$$

اما $n = -6$ تهمل

أو $n = 5$

س 6 / أجب عن فرعين فقط :

a / اذا كانت $f(x) = ax^2 + bx$ وكانت $\lim_{x \to 1} f(x) = 5$ ، $\lim_{x \to -2} f(x) = 8$ ،

جد قيمتي a , b الحقيقيتين ؟

الحل /

$$\lim_{x \to -2} ax^2 + bx = 8$$

$$a(-2)^2 + b(-2) = 8$$

$$4a - 2b = 8 \text{ .... } (1)$$

$$\lim_{x \to 1} ax^2 + bx = 5$$

$$a(1)^2 + b(1) = 5$$

$$a + b = 5$$

$$a = 5 - b \text{ .... } (2)$$

نعوض معادلة (2) في معادلة (1)

$$4(5 - b) - 2b = 8$$

$$20 - 4b - 2b = 8$$

$$20 - 6b = 8$$

$$-6b = 8 - 20$$

$$-6b = -12$$

$$b = \frac{-12}{-6} = 2 \qquad \boxed{b = 2}$$

$$a = 5 - 2 \qquad \boxed{a = 3}$$

الحل /

$f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

$f'(x) = 3x^2 + 6x + 3$

$f''(x) = 6x + 6$

$[6x + 6 = 0] \div 6$

$x + 1 = 0$

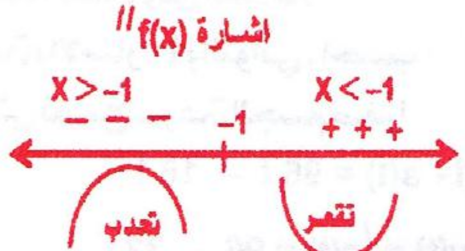
$\boxed{x = -1}$

$y = f(x) = (-1)^3 + 3(-1)^2 + 3(-1) + 1$

$y = -1 + 3 - 3 + 1 = 0$

$\boxed{y = 0}$

∴ نقطة الانقلاب هي $(-1 , 0)$



ج / كم عدد رمزه مكون من ثلاثة ارقام ويكون فرديا يمكن تكوينه من مجموعة الارقام

$\{ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 \}$ اذا كان تكرار الرقم في العدد نفسه مسموحا به ؟

الحل /

العدد الفردي يجب ان يكون احاده رقم فردي .

عدد طرق اختيار رقم الاحاد = 4

عدد طرق اختيار رقم العشرات = 7 ((لان التكرار مسموح به))

عدد طرق اختيار رقم المئات = 7

∴ عدد الاعداد = $4 \times 7 \times 7$ = 196 عدد

س1-a/ بكم طريقة يمكن اختيار (3 اشخاص) من بين (10 اشخاص) لشغل ثلاث وظائف مختلفة ؟

الحل /

عدد طرق اختيار الشخص الاول = 10
عدد طرق اختيار الشخص الثاني = 9
عدد طرق اختيار الشخص الثالث = 8

طريقة $10 \times 9 \times 8 = 720$

---

b / قذف جسم نحو الاعلى عن سطح الارض بأزاحة معطاة وفق العلاقة

$s(t) = 96\,t - 16\,t^2$ حيث ان $s(t)$ الازاحة بالامتار ، t بالثواني . احسب :

1. سرعة الجسم بعد ثانيتين
2. متى تصبح سرعة الجسم صفرا

الحل /

$1-\ s(t) = 96\,t - 16\,t^2$

$v(t) = s'(t) = 96 - 32\,t$

$s'(2) = 96 - 32 \times 2 = 32$ م/ثا

السرعة بعد 2 ثا

2. اقصى ارتفاع يصل اليه الجسم

عندما تصبح سرعته = صفر

$v(t) = 96 - 32\,t$

$0 = 96 - 32\,t$

$32\,t = 96$

$t = \frac{96}{32} = 3$ ثانية

س2-a/ لتكن

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \geq 1 \\ 2x & x < 1 \end{cases}$$

هل للدالة f(x) غاية عندما $x \to 1$ ؟

الحل / عندما $x \to 1^+$ من اليمين فان $f(x) = x^2 + 1$

من تعريف الدالة في السؤال $\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} (x^2 + 1)$

$= \lim_{x \to 1^+} x^2 + \lim_{x \to 1^+} 1 = 1^2 + 1 = 2 = L_1$

عندما $x \to 1^-$ من اليسار فان $f(X) = 2x$

من تعريف الدالة في السؤال $\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^-} (2x) = 2 \bullet \lim_{x \to 1^-} x = 2 \bullet 1 = 2 = L_2$

$\because L_1 = L_2 \rightarrow \lim_{x \to 1} f(x) = 2$ موجودة

---

b/ جد عددين مجموعهما (10) وحاصل ضرب مربع احدهما في مربع الاخر اكبر مايمكن ؟

الحل / نفرض العدد الاول $= x$

نفرض العدد الثاني $= y$

$$x + y = 10$$

$y = 10 - x$ ← العدد الثاني

$$f(x) = x^2(10-x)^2$$

$$f'(x) = \left[x^2 \times 2(10-x)\times(-1)\right] + \left[(10-x)^2 \times (2x)\right]$$

$$f'(x) = \left[-2x^2 \times (10-x)\right] + \left[2x(10-x)^2\right]$$

$$f'(x) = \underbrace{2x(10-x)}_{\text{عامل مشترك}}\left[-x + (10-x)\right]$$

$$2x(10-x)(-2x+10) = 0$$

اما $2x = 0 \Rightarrow x = 0$

او $10 - x = 0 \Rightarrow x = 10$

او $-2x + 10 = 0 \Rightarrow -2x = -10 \Rightarrow x = \frac{-10}{-2}$

∴ العدد الاول $x = 5$

∴ العدد الثاني $y = 5 \Leftarrow y = 10 - 5$

اكبر ما يمكن $625 = (5)^2 \times (5)^2$

س3-a/ جد معادلة المنحني الذي ميله عند اية نقطة (x, y) من نقطة هو $x^2 - x - 2$ وكان للمنحني نهاية عظمى تنتمي لمحور السينات ؟

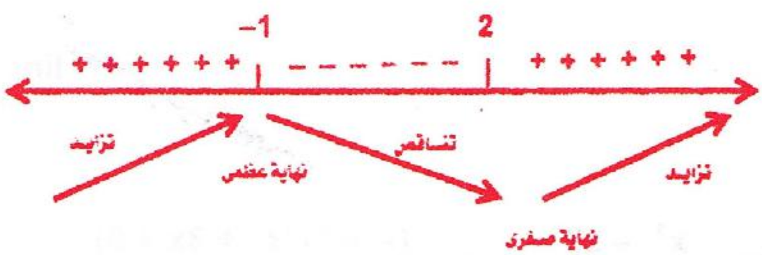
الحل / بما ان للمنحني نهاية عظمى تنتمي لمحور السينات ← $y = 0$, $f'(x) = 0$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x-2)(x+1) = 0$$

اما $x = 2$ ← او $x = -1$

∴ $(-1, 0)$ نهاية عظمى



$$y = \int (x^2 - x - 2)\,dx$$

$$y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + C$$

بالتعويض $(-1, 0)$

$$0 = \frac{-1}{3} - \frac{1}{2} + 2 + C$$

$$C = \frac{-7}{6}$$

∴ معادلة المنحني $y = \frac{-1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x - \frac{-7}{6}$

b / جد قيمة (n) اذا كان $P_2^n = 72$ ؟

الحل /

$P_2^n = 72$

$n(n-1) = 72$

$n^2 - n - 72 = 0$

$(n-9)(n+8) = 0$

$n + 8 = 0 \rightarrow n = -8 \leftarrow$ تهمل

$n - 9 = 0 \rightarrow \boxed{n = 9}$

س 4 / أجب عن فرعين فقط

a / اذا كانت الدالة $f(x) = x^2 + ax + b$
وكان ميل المماس للمنحني عند $x = -1$ هو 4
وكان المنحني يمر بالنقطة (2 , 3 -) جد قيمة a ، b الحقيقيتين ؟

الحل /

$f'(x) = 2x + a$

$4 = 2(-1) + a \Rightarrow a = 6$

$2 = (-3)^2 + 6(-3) + b$ نعوض (2 , 3 -) بالدالة الاصلية

$2 = 9 - 18 + b \Rightarrow b = 11$

---

b / جد قيمة $\lim_{x \to 3} \frac{x^3 - 27}{x^2 + 2x - 15}$

الحل /

$$\lim_{x \to 3} \frac{x^3 - 27}{x^2 + 2x - 15} = \lim_{x \to 3} \frac{(x-3)(x^2 + 3x + 9)}{(x+5)(x-3)}$$

$$\lim_{x \to 3} \frac{x^2 + 3x + 9}{x + 5} = \frac{(3)^2 + 3 \times 3 + 9}{3 + 5} = \frac{9 + 9 + 9}{8} = \frac{27}{8}$$

C / جد ناتج التكاملات الاتية :

1-

$$\int \frac{dx}{\sqrt[5]{x^2 - 14x + 49}}$$

$$= \int \frac{dx}{(x^2 - 14x + 49)^{\frac{1}{5}}}$$

$$= \int (x^2 - 14x + 49)^{-\frac{1}{5}} \cdot dx$$

$$= \int \left[(x-7)^2\right]^{-\frac{1}{5}} \cdot dx$$

$$= \int (x-7)^{-\frac{2}{5}} \cdot dx$$

$$= \frac{(x-7)^{\frac{3}{5}}}{\frac{3}{5}} + C$$

$$= \frac{5}{3}(x-7)^{\frac{3}{5}} + C$$

$$= \frac{5}{3}\sqrt[5]{(x-7)^3} + C$$

2-

$$\int \sqrt{z^2 + 3z + 2}\, dx$$

$$= \sqrt{z^2 + 3x + 2}\int dx$$

$$= \sqrt{z^2 + 3x + 2} \cdot (x + c)$$

حيث $\sqrt{z^2 + 3z + 2}$

يعتبر ثابت بالنسبة للمتغير x

س 5 / أجب عن فرعين فقط

a / جد الحدين الاوسطين في مفكوك $(2a - 1)^7$ ؟

الحل /

$\frac{n+1}{2} = \frac{7+1}{2} = 4$ الحد الاوسط الاول

$\frac{n+3}{2} = \frac{7+3}{2} = 5$ الحد الاوسط الثاني

$$P_4 = C_3^7\ (2a)^4\ (-1)^3 = \frac{7\times6\times5}{3\times2\times1} \times 16a^4 \times -1 = -560a^4$$

$$P_5 = C_4^7\ (2a)^3\ (-1)^4 = \frac{7\times6\times5\times4}{4\times3\times2\times1} \times 8a^3 \times 1 = 280a^3$$

b / لتكن $f(x) = |x - 2|$ ابحث استمرارية الدالة عند $x = 2$ ؟

الحل /

$$f(x) = \begin{cases} x - 2 & x \geq 2 \\ 2 - x & x < 2 \end{cases}$$

(1) $2 \in R$

(2) $f(2) = 2 - 2 = 0$

$\lim_{x \to 2} x - 2 = 2 - 2 = 0 = L_1$ الغاية من اليمين

$\lim_{x \to 2} 2 - x = 2 - 2 = 0 = L_2$ الغاية من اليسار

∴ الغاية موجودة لان $L_1 = L_2$ ، $\lim_{x \to 2} f(x) = f(2)$

∴ الدالة مستمرة عند $x = 2$.

C / جد معادلة مماس المنحني $f(x) = x^3 - 3x^2 + 9x + 5$ عند $x = 0$ ؟

الحل /

$y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 9x + 5$

$y = f(0) = (0)^3 - 3(0)^2 + 9(0) + 5$

$y = 5$

∴ نقطة التماس هي $(0 , 5)$

$f'(x) = m = 3x^2 - 6x + 9$

$m = 3(0)^2 - (6 \times 0) + 9$

$m = 9$ ميل المماس

نجد معادلة المماس من معرفة ميل ونقطة على المماس

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 5 = 9(x - 0)$

$y - 5 = 9x$

معادلة المماس للمنحني $9x - y + 5 = 0$

س 6 / أجب عن فرعين فقط

a / جد المساحة المحدد بمنحني الدالة $y = f(x) = X^2 - 2X - 3$ ومحور السينات وعلى الفترة $[-1 , 3]$ ؟

الحل / تقاطع المنحني مع محور السينات اي نجعل $y = 0$ لمعرفة $f(x) > 0$ او $f(x) < 0$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$x = 3 \ , \ x = -1$$

الموقع	اشارة f(x)	x ∈ للفترة	الفترة
تحت	$(0)^2 - 2(0) - 3 = -3 < 0$	$x = 0$	$[-1 , 3]$

$$A = -\int_{-1}^{3}(x^2 - 2x - 3)dx = \left[-\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x\right]_{-1}^{3}$$

$$A = [-9 + 9 + 9] - \left[\frac{1}{3} + 1 - 3\right]$$

$$A = [9] - \left[\frac{-5}{3}\right]$$

$$A = 9 + \frac{5}{3}$$

$$A = \frac{32}{3}$$

$$A = 10\frac{2}{3} \ unit^2$$

---

b / اذا كان لدينا المجموعة $\{1,2,3,4,5,6,7\}$ فكم عددا يمكن تكوينه يكون رمزه مكون من ثلاثة ارقام واكبر من (200) اذا سمح بتكرار الرقم في العدد نفسه ؟

الحل / عدد طرق اختيار المئات = 6

عدد طرق اختيار العشرات = 7

..د طرق اختيار الاحاد = 7

عدد يمكن تكوينه $6 \times 7 \times 7 = 194$

C / ارسم منحني الدالة $f(x) = (x + 1)^3 - 1$ حسب معلوماتك بالتفاضل

الحل / **1. نقاط التقاطع**

نعطي $x = 0$ $\qquad f(0) = (0 + 1)^3 - 1 = 0$

نعطي $f(x) = 0$ $\qquad (x + 1)^3 - 1 = 0$

$(x + 1)^3 = 1$

$X = 0$

∴ نقطة التقاطع (0 , 0)

2. نجد نقاط النهايات

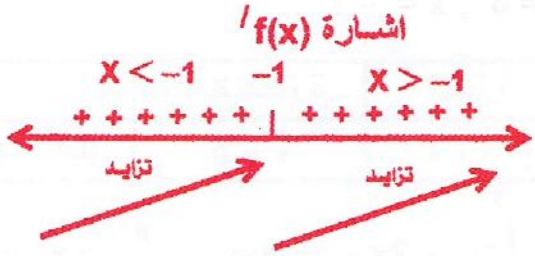
$f'(x) = 3(x + 1)^2(1)$

$3(x + 1)^2 = 0$

$x = -1$

$f(-1) = (-1 + 1)^3 - 1 = -1$

∴ (1 - , 1 -) نقطة حرجة



3. نجد نقاط الانقلاب

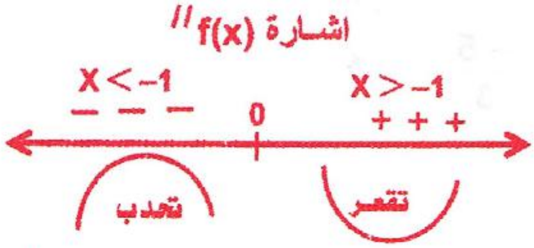
$f''(x) = 6(x + 1)$

$f''(x) = 0$

$6(x + 1) = 0$

$X = -1$

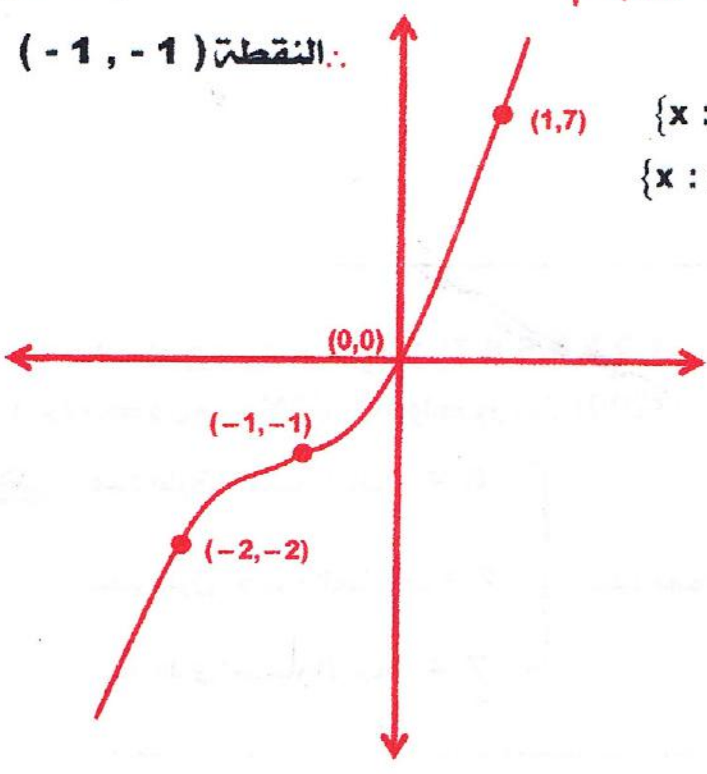
∴ النقطة (1 - , 1 -)



منطقة التقعر = $\{x : x \in R , x > -1\}$

منطقة التحدب = $\{x : x \in R , x < -1\}$

نقطة انقلاب $(-1,-1)$



x	y
0	0
−1	−1
−2	−2
1	7

س1-a/ لدى احمد (5سترات) مختلفة و (6بنطلون) مختلف . (8 قمصان) مختلفة ايضا فبكم زي مختلف ممكن ان يظهر به احمد يتكون من سترة وبنطلون وقميص ؛

الحل /

زي مختلف يظهر به احمد $240 = 8 \times 6 \times 5$

---

b / جد قيمة $\lim_{x \to 2} \frac{X^3 - 8}{X^2 - 4}$ حيث $x \neq -1 , x \neq 3$ ؛

الحل /

$$\lim_{x \to 2} \frac{X^3 - 8}{X^2 - 4} = \lim_{x \to 2} \frac{(X-2)(X^2 + 2X + 4)}{(X-2)(X + 2)}$$

$$= \lim_{x \to 2} \frac{(X^2 + 2X + 4)}{(X + 2)} = \frac{((2)^2 + 2(2) + 4)}{((2) + 2)}$$

$$= \frac{(4 + 4 + 4)}{(4)} = \frac{12}{4} = 3$$

س2-a/ اذا كانت $f(x) = (x^2 - 3)^4$ جد $f'(x)$ ، $f''(x)$ عند $x = 2$ ؛

الحل /

$$f'(x) = 4(x^2 - 3)^3(2x)$$

$$f'(2) = 4(2^2 - 3)^3(2 \times 2) = 16$$

$$f''(x) = 4(x^2 - 3)^3(2) + (2x)\left[12(x^2 - 3)(2x)\right]$$

$$f''(2) = [4 \times 2] + [4 \times 12 \times 1 \times 4]$$

$$f''(2) = 8 + 192 = 200$$

---

b / جد المساحة المحددة بالدالة $y = f(x) = \sqrt{X + 1}$ ومحور السينات والمستقيمين $x = 0 \ , \ x = 3$ ؛

الحل / التقاطع : وان $y = 0 \Rightarrow \sqrt{x + 1} = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow -1 \notin [0 , 3]$

الموقع	اشارة f(x)	x ∈ للفترة	الفترة
فوق	$\sqrt{1 + 1} = \sqrt{2} > 0$	$x = 1$	$[0 , 3]$

$$A = \int_0^3 (x + 1)^{\frac{1}{2}} dx \Rightarrow A = \left[\frac{2}{3}\sqrt{(x + 1)^3}\right]_0^3$$

$$= \left[\frac{2}{3}\sqrt{(4)^3}\right] - \left[\frac{2}{3}\sqrt{(1)^3}\right]$$

$$= \frac{16}{3} - \frac{2}{3} = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3} \text{ unit}^2$$

س3-a/ لتكن

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2 & x \geq -1 \\ 3x + 1 & x < -1 \end{cases}$$

ابحث استمرارية الدالة عند $x = -1$

الحل/ $f(x) = x^2 - 2$

$f(-1) = (-1)^2 - 2 = 1 - 2 = -1$

$\lim_{x \to -1} x^2 - 2 = (-1)^2 - 2 = 1 - 2 = -1 = L_1$ الغاية من اليمين

$\lim_{x \to -1} 3x + 1 = [3 \times (-1)] + 1 = -3 + 1 = -2 = L_2$ الغاية من اليسار

$\therefore$ الغاية غير موجودة لان $L_1 \neq L_2$ $\therefore$ الدالة غير مستمرة عند $x = -1$

---

b/ يتحرك جسم على خط مستقيم وحسب العلاقة $s(t) = \sqrt{2t+1}$ اوجد الزمن الذي يستغرقه حتى تصبح سرعته $\frac{1}{3}$ م/ثا ؟

الحل/

$s(t) = (2t+1)^{\frac{1}{2}}$

$v(t) = s'(t) = \frac{1}{2}(2t+1)^{\frac{-1}{2}} \times 2$

$v(t) = \frac{1}{(2t+1)^{\frac{1}{2}}} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{(2t+1)^{\frac{1}{2}}} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{\sqrt{2t+1}}$

$\sqrt{2t+1} = 3 \Rightarrow 2t + 1 = 9$ (بتربيع الطرفين)

$2t = 9 - 1 \Rightarrow 2t = 8 \Rightarrow t = 4$ ثانية

س4/ أجب عن فرعين :

a/ جد الحد الثالث من مفكوك $(x - 3y^2)^7$ ؟

الحل/

$P_3 = C_2^7 (x)^{7-3+1}(-3y^2)^{3-1}$

$P_3 = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} (x)^5 \quad (-3y^2)^2 = 21x^5 \times 9x^4$

$\therefore P_3 = 189x^5y^4$ الحد الثالث

b / اذا كانت $f(x) = ax^2 + bx$ وكانت $\lim_{x \to 1} f(x) = 5$. $\lim_{x \to -2} f(x) = 8$.

جد قيمتي a , b الحقيقيتين ؟

الحل /

$$\lim_{x \to -2} ax^2 + bx = 8$$

$$a(-2)^2 + b(-2) = 8$$

$$4a - 2b = 8 \text{ .... (1)}$$

$$\lim_{x \to 1} ax^2 + bx = 5$$

$$a(1)^2 + b(1) = 5$$

$$a + b = 5$$

$$a = 5 - b \text{ .... (2)}$$

نعوض معادلة (2) في معادلة (1)

$$4(5 - b) - 2b = 8$$

$$20 - 4b - 2b = 8$$

$$20 - 6b = 8$$

$$-6b = 8 - 20$$

$$-6b = -12$$

$$b = \frac{-12}{-6} = 2 \qquad \boxed{b = 2}$$

$$a = 5 - 2 \qquad \boxed{a = 3}$$

C / لتكن دالة الكلفة الكلية $C(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$ جد دالة الكلفة الحدية .

دالة معدل الكلفة الكلية ؟

الحل /

a \ $MC = C'(x) = x - 2$ ← دالة الكلفة الحدية

b \ $AC = \frac{C(x)}{x} = \frac{\frac{x^2}{2} - 2x + 5}{x}$

$$AC = \frac{\frac{x^2}{2}}{x} - \frac{2x}{x} + \frac{5}{x}$$

$$AC = \frac{x}{2} - 2 + \frac{5}{x}$$ ← دالة معدل الكلفة الكلية

س 5 / أجب عن فرعين :

a / جد ناتج التكاملات الاتية :

1- $\int \sqrt[3]{3x^3 - 5x^5}\, dx$

$= \int \sqrt[3]{3x^3 - 5x^5}\, dx$

$= \int \sqrt[3]{x^3 (3 - 5x^2)}\, dx$

$= \int (3 - 5x^2)^{\frac{1}{3}}\, x\, dx$

$= -\frac{1}{10} \int (3 - 5x^2)^{\frac{1}{3}} (-10x)\, dx$

$= \frac{-1}{10} \cdot \frac{(3 - 5x^2)^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + C$

$= \frac{-3}{40} \cdot \sqrt[3]{(3 - 5x^2)^4} + C$

2- $\int_0^1 \frac{x\, dx}{\sqrt{x^2 + 1}}$

$= \int_0^1 x(x^2 + 1)^{\frac{-1}{2}} \cdot dx$

$= \frac{1}{2} \int_0^1 2x(x^2 + 1)^{\frac{-1}{2}} \cdot dx$

$= \left[\frac{1}{2} \times \frac{2}{1} \times \sqrt{x^2 + 1}\right]_0^1$

$= \left[\sqrt{x^2 + 1}\right]_0^1$

$= \left[\sqrt{1 + 1}\right] - \left[\sqrt{0 + 1}\right]$

$= \sqrt{2} - 1$

---

b / اذا كان $\frac{n!}{(n-2)!} = 30$ **جد قيمة n**

الحل /

$\frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!} = 30$

$n(n-1) = 30$

$n^2 - n - 30 = 0$

$(n-6)(n+5) = 0$

اما $n = 6$

أو $n = -5$ تهمل

C / ارسم منحني الدالة $f(x) = x^2 + 4x + 3$ ؟

الحل / 1ـ التقاطع مع المحورين

نعطي $x = 0$ (تقاطع مع محور الصادات) $f(0) = 0^2 + 4(0) + 3 = 3$

نقطة التقاطع (3 , 0) مع محور الصادات

نعطي $f(x) = 0$ (تقاطع مع محور السينات)

$\therefore x^2 + 4x + 3 = 0 \rightarrow (x + 3)(x + 1) = 0$

$x = -3 \quad , \quad x = -1$

نقطة التقاطع (0 , 1 -) (0 , 3 -) مع محور السينات

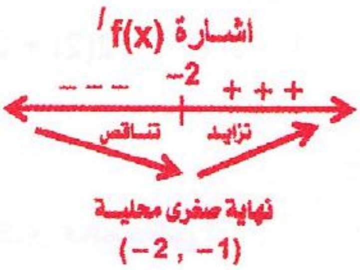
2ـ النهايات العظمى والصغرى

$f'(x) = 2x + 4$

$2x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{-4}{2} = -2$

$f(-2) = (-2)^2 + 4(-2) + 3 = 4 - 8 + 3 = -1$

$(-2, -1)$



منطقة التزايد $\{x : x \in R , x > -2\}$

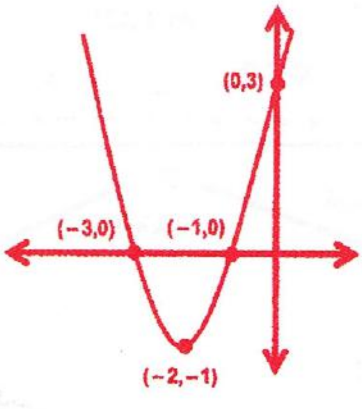
منطقة التناقص $\{x : x \in R , x < -2\}$

$\therefore$ النقطة (1 − , 2 −) نهاية صغرى محلية

نجد $f''(x) \rightarrow f''(x) = 2$

الدالة مقعرة في مجالها ولا توجد نقاط انقلاب

x	y
−3	0
−2	−1
−1	0
0	3



س 6 / أجب عن فرعين :

a / صندوق يحتوي على 6 كرات حمراء و 4 كرات بيضاء ، يراد سحب 5 كرات منها بشرط ان تكون 3 كرات منها حمراء فقط ، فبكم طريقة يمكن اجراء السحب ؟

الحل /

طريقة للسحب $C_3^6 \times C_2^4 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} \cdot \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 20 \times 6 = 120$

b / جد معادلة المنحني الذي مشتقته الثانية = 2 − 6X واذا كان ميله عند النقطة (2 , 5) يساوي (1 −) ؟

الحل/

$y'' = 6x - 2$

$y' = \int (6x - 2)\, dx$

$y' = 3x^2 - 2x + C_1$

$y = \int (3x^2 - 2x + C_1)\, dx$

$y = x^3 - x^2 + C_1 x + C_2$

∵ المشتقة الاولى = الميل

$\therefore -1 = 3(2)^2 - 2(2) + C_1$

$-1 = 12 - 4 + C_1$

$C_1 = -1 - 12 + 4$

$C_1 = -9$

$y = x^3 - x^2 + C_1 x + C_2$

$5 = (2)^3 - (2)^2 + (-9)(2) + C_2$

$5 = -14 + C_2$

$C_2 = 5 + 14$

$C_2 = 19$

∴ معادلة المنحني هي $\boxed{y = x^3 - x^2 - 9x + 19}$

C / جد العدد الذي زيادة ثلاثة امثال مربعه على مكعبه اكبر مايمكن ؟

الحل / نفرض العدد = x

ثلاثة امثال مربعه = $3x^2$

مكعب العدد = x^3

$m = 3x^2 - x^3$

$m' = 6x - 3x^2$

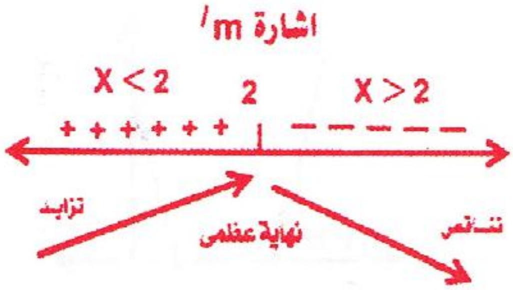
$\left[\, 6x - 3x^2 = 0 \,\right] \div 3$

$2x - x^2 = 0$

$x(2 - x) = 0$

اما $x = 0$ يهمل

أو $x = 2$



∴ العدد المطلوب هو (2)

حلول أسئلة الرياضيات للصف السادس الأدبي / الدور الأول 2014

س1 – A/ بكم طريقة يمكن اختيار اربعة اشخاص من بين عشرة اشخاص لشغل اربع وظائف مختلفة ؟

الحل /

الطريقة الاولى / مبدأ العد	الطريقة الثانية / التباديل
عدد طرق اختيار الشخص الاول = 10 عدد طرق اختيار الشخص الثاني = 9 عدد طرق اختيار الشخص الثالث = 8 عدد طرق اختيار الشخص الرابع = 7 طريقة 5040 = 7×8×9×10= عدد الطرق	طريقة 5040 = 7×8×9×10 = P_4^{10} عدد الطرق

س1 : B/ اذا كانت النقطة (4 , 1) نقطة حرجة للدالة $f(x) = 3 + ax + bx^2$

فما قيمة [a , b ∈ R] ومانوع النقطة الحرجة ؟

الحل / النقطة (4 , 1) تنتمي للدالة وتحقق معادلتها

$f(x) = y = 3 + ax + bx^2$

$4 = 3 + a(1) + b(1)^2$

$4 = 3 + a + b$

$a + b = 1$

$a = 1 - b$ ....(1)

$f'(x) = a + 2bx$

$a + 2bx = 0$

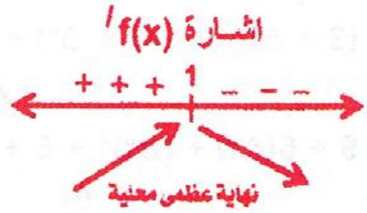
$a + 2b(1) = 0$

$a + 2b = 0$ ....(2)

نعوض معادلة (1) في معادلة (2)

$1 - b + 2b = 0 \rightarrow 1 + b = 0 \rightarrow$ $\boxed{b = -1}$

$a = 1 - (-1) \rightarrow a = 1 + 1 \rightarrow$ $\boxed{a = 2}$



∴ النقطة الحرجة (4 , 1) هي نهاية عظمى محلية

س2 – A/ لتكن $f(x) = \begin{cases} x^2 + a & x > 1 \\ b - 2x & x \le 1 \end{cases}$ وكانت $\lim_{x \to 1} f(x)$ موجودة وان $\lim_{x \to -1} f(x) = 5$

جد قيمتي a , b ∈ R ؟

الحل / $\lim_{x \to -1} f(x) =$ وان $-1 \in \{x : x \le 1\}$ فان $f(x) = b - 2x$

$\lim_{x \to -1} (b - 2x) = 5$

$\lim_{x \to -1} b - \lim_{x \to -1} 2x = 5$

$b - 2(-1) = 5$

$b + 2 = 5 \Rightarrow b = 3$

وكذلك $\lim_{x \to 1} f(x)$ موجودة هذا يعني ان $L_1 = L_2$

من اليسار $\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^-} f(x)$ من اليمين

$\lim_{x \to 1} (x^2 + a) = \lim_{x \to 1} (b - 2x)$

$\lim_{x \to 1} x^2 + \lim_{x \to 1} a = \lim_{x \to 1} 3 - \lim_{x \to 1} 2x$

$1^2 + a = 3 - 2(1)$

$1 + a = 1 \Rightarrow \therefore a = 0$

س2 – B / جسم يتحرك وفق العلاقة حيث f الازاحة بالامتار معطاة بالعلاقة $f(t) = t^2 + 2t + 1$

جد سرعة الجسم بعد (3 ثواني) من بدا الحركة وبطريقة التعريف ؟

الحل / بطريقة التعريف

$$f(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t}$$

$$v(t) = {}^{/}f(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{(t + \Delta t)^2 + 2(t + \Delta t) + 1 - t^2 + 2t + 1}{\Delta t}$$

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{(3 + \Delta t)^2 + 2(3 + \Delta t) + 1 - \left[(3)^2 + (2 \times 3) + 1\right]}{\Delta t}$$

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{9 + 6(\Delta t) + (\Delta t)^2 + 6 + 2\Delta t + 1 - 16}{\Delta t}$$

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{6\Delta t + (\Delta t)^2 + 2\Delta t}{\Delta t}$$

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta t(6 + \Delta t + 2)}{\Delta t}$$

$\lim_{\Delta t \to 0} 6 + \Delta t + 2 = 6 + 0 + 2 = 8$ متر/ثانية السرعة

الحل / طريقة ثانية حسب قواعد المشتقة

$s(t) = t^2 + 2t + 1$

$V = {}^{/}s(t) = 2t + 2$

$V = {}^{/}s(3) = 2(3) + 2$

$V = {}^{/}s(3) = 6 + 2 = 8$ m/s السرعة

س3 – A/ لتكن دالة الكلفة الكلية $C(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$ جد دالة الكلفة الحدية، ودالة معدل الكلفة الكلية ؟

الحل /

$a \setminus MC = C'(x) = x - 2$ ← دالة الكلفة الحدية

$$b \setminus AC = \frac{C(x)}{x} = \frac{\frac{x^2}{2} - 2x + 5}{x}$$

$$AC = \frac{\frac{x^2}{2}}{x} - \frac{2x}{x} + \frac{5}{x}$$

$$AC = \frac{x}{2} - 2 + \frac{5}{x}$$ ← دالة معدل الكلفة الكلية

س3 – B/ جد التكاملات الاتية

1-

$$\int_1^{125} \frac{\sqrt{\sqrt[3]{X} - 1}}{\sqrt[3]{X^2}}\,dx = \int_1^{125} (X^{\frac{1}{3}} - 1)^{\frac{1}{2}} X^{\frac{-2}{3}}\,dx$$

$$= 3\int_1^{125} (X^{\frac{1}{3}} - 1)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{3} X^{\frac{-2}{3}}\,dx$$

$$= \left[3 \cdot \frac{(\sqrt[3]{x} - 1)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\right]_1^{125}$$

$$= \left[2\sqrt{(\sqrt[3]{x} - 1)}\right]_1^{125}$$

$$= \left[2\sqrt{(\sqrt[3]{125} - 1)^3}\right] - 2\sqrt{(\sqrt[3]{1} - 1)^3}$$

$$= 16 - 0 = 16$$

2-

$$\int \left(x^4 + \frac{1}{2x^2} + 3\right)dx$$

$$\int \left(x^4 + \tfrac{1}{2}x^{-2} + 3\right)dx$$

$$= \frac{x^5}{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{x^{-1}}{-1} + 3x + C$$

$$= \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{2x} + 3x + C$$

س4/ أجب عن فرعين فقط :

A/ جد مفكوك $(3x^2 + 2y)^3$

الحل /

$$(3x^2 + 2y)^3 = C_0^3(3x^2)^3 + C_1^3(3x^2)^2(2y) + C_2^3(3x^2)(2y)^2 + C_3^3(2y)^3$$
$$= 27x^6 + 54x^4y + 36x^2y^2 + 8y^3$$

B/ ابحث استمرارية الدالة حيث $f(x) = \frac{x}{x+1}$ عند $x = 3$ ؟

الحل / اوسع مجال للدالة = $R \setminus \{-1\}$

1- $f(3) = \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$ وان $x = 3$ الدالة معرفة عند

وكذلك نبحث وجود الغاية

2- $\lim_{x \to 3} f(x) = \lim_{x \to 3} \frac{x}{x+1} = \frac{\lim_{x \to 3} x}{\lim_{x \to 3}(x+1)} = \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$

3- $\lim_{x \to 3} f(x) = f(3) = \frac{3}{4}$ $\therefore$ f مستمرة عند $x = 3$

C/ اذا كان ميل المنحني عند كل نقطة (x , y) من نقاطه هو $(3x^2 - 2x + 1)$ جد معادلة المنحني الذي يمر بالنقطة $(3 , 2)$ ؟

الحل / لقد ذكرنا في الفصل الثالث ان مشتقة منحني يمثل ميل المنحني في تلك النقطة.

$y = \int f'(x)\, dx$

$y = \int (3x^2 - 2x + 1)\, dx$

$y = x^3 - x^2 + x + C$

المنحني يمر بالنقطة $(3 , 2)$ فهي تحقق المعادلة

$3 = 8 - 4 + 2 + C$

$C = -3$

$\therefore y = x^3 - x^2 + x - 3$ معادلة المنحني

س5 / أجب عن فرعين فقط مما ياتي :

A/ اذا كان $n! = 6\,(n-2)!$ جد قيمة n ؟

الحل /

$n! = 6\,(n-2)!$

$n(n-1)\,\cancel{(n-2)!} = 6\,\cancel{(n-2)!}$

$n(n-1) = 6$

$n^2 - n - 6 = 0$

$(n-3)(n+2) = 0$

أما $(n-3) = 0 \rightarrow \boxed{n = 3}$

أو $(n+2) = 0 \rightarrow n = -2$ تهمل

B/ جد قيمة $\lim_{x \to 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{3x} - 3}$

الحل / بطريقة التحليل والاختصار

$$\lim_{x \to 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{3x} - 3} = \lim_{x \to 3} \frac{(x-3)(x+3)}{\sqrt{3}\ (\sqrt{x} - \sqrt{3})} = \lim_{x \to 3} \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{3})(\sqrt{x} + \sqrt{3})(x+3)}{\sqrt{3}\ (\sqrt{x} - \sqrt{3})}$$

$$= \lim_{x \to 3} \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{3})(x+3)}{\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{3})(3+3)}{\sqrt{3}} = \frac{(2\sqrt{3})(6)}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 12$$

الطريقة الثانية للحل / الضرب في مرافق المقام والذي هو $\frac{\sqrt{3x}+3}{\sqrt{3x}+3}$

$$\lim_{x \to 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{3x} - 3} \cdot \frac{\sqrt{3x}+3}{\sqrt{3x}+3}$$

$$= \lim_{x \to 3} \frac{(x^2 - 9)(\sqrt{3x}+3)}{(\sqrt{3x} - 3)(\sqrt{3x}+3)} = \lim_{x \to 3} \frac{(x-3)(x+3)(\sqrt{3x}+3)}{(3x-9)}$$

$$= \lim_{x \to 3} \frac{(x-3)(x+3)(\sqrt{3x}+3)}{3(x-3)}$$

$$= \lim_{x \to 3} \frac{(x+3)(\sqrt{3x}+3)}{3} = \frac{(3+3)(\sqrt{3(3)}+3)}{3}$$

$$= \frac{6(\sqrt{9}+3)}{3} = \frac{6(3+3)}{3} = \frac{6(6)}{3} = \frac{36}{3} = 12$$

C / جد اقل محيط ممكن لمستطيل مساحته $100\ cm^2$

الحل / نفرض ان طول المستطيل = X

ونفرض ان عرض المستطيل = y

ونفرض ان محيط المستطيل = P

محيط المستطيل = (الطول + العرض) × 2

$P = 2(x + y)$ .... (1)

مساحة المستطيل = (الطول × العرض)

$A = (x \times y)$

$100 = x y$

$y = \frac{100}{x}$ .... (2)

نعوض معادلة (2) في معادلة (1)

$P = 2(\frac{100}{x} + y)$

$P = 2(100x^{-1} + x)$

$$P' = 2\left(\frac{-100}{x^2} + 1\right) = 2\left(\frac{x^2 - 100}{x^2}\right)$$

نجعل المشتقة = صفر

$$\left[2\left(\frac{x^2 - 100}{x^2}\right) = 0\right] \div x^2$$

$$2x^2 - 200 = 0 \rightarrow 2x^2 = 200$$

$$x^2 = \frac{200}{2} \rightarrow x^2 = 100 \rightarrow x = 10\ cm$$

$$y = \frac{100}{10} = 10\ cm$$

المحيط $P = 2(10 + 10) = 2(20) = 40\ cm$

س6 / أجب عن فرعين فقط مما ياتي :

A/ جد المساحة المحددة بمنحني الدالة $y = f(x) = x^4 - x^2$ ومحور السينات وعلى الفترة $[-1,1]$ ؟

الحل /

$$x^4 - x^2 = 0$$

$$x^2(x - 1)(x + 1) = 0$$

$$x^2 = 0 \rightarrow x = 0$$

$$x^2 = 1 = 0 \rightarrow x = 1$$

$$x + 1 = 0 \rightarrow x = -1$$

الفترة	x ∈ للفترة	اشارة f(x)	الموقع
$[-1, 0]$	$x = \frac{-1}{2}$	$(\frac{-1}{2})^4 - (\frac{-1}{2})^2 = \frac{1}{16} - \frac{1}{4} = \frac{-3}{16} < 0$	تحت
$[0, 1]$	$x = \frac{1}{2}$	$(\frac{1}{2})^4 - (\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{16} - \frac{1}{4} = \frac{-3}{16} < 0$	تحت

$$A = A_1 + A_2 = \int_{-1}^{0} -(x^4 - x^2)\,dx + \int_{0}^{1} -(x^4 - x^2)\,dx$$

$$A = \left[\frac{-x^5}{5} + \frac{x^3}{3}\right]_{-1}^{0} + \left[\frac{-x^5}{5} + \frac{x^3}{3}\right]_{0}^{1}$$

$$A = \left[\frac{(-0)^5}{5} + \frac{(0)^3}{3}\right] - \left[\frac{-(-1)^5}{5} + \frac{(-1)^3}{3}\right] + \left[\frac{-(1)^5}{5} + \frac{(1)^3}{3}\right] - \left[\frac{-0^5}{5} + \frac{0^3}{3}\right]$$

$$A = [0] - \left[\frac{1}{5} + \frac{-1}{3}\right] + \left[\frac{-1}{5} + \frac{1}{3}\right] - [0]$$

$$A = -\left[\frac{-2}{15}\right] + \left[\frac{2}{15}\right] = \frac{2}{15} + \frac{2}{15} = \frac{4}{15}$$

B/ كم قطعة مستقيم يمكن تحديدها بنقطتين من مجموعة فيها (7) نقاط ولا توجد ثلاث منها على استقامة واحدة ؟

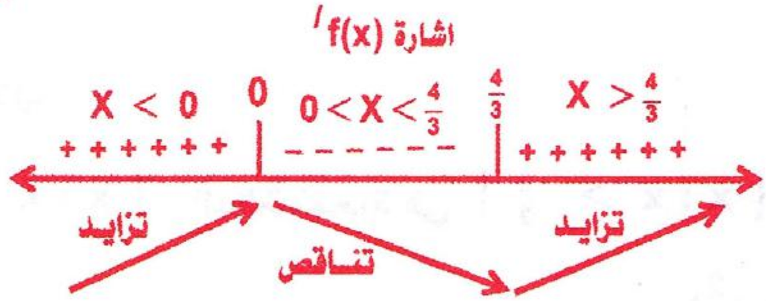
الحل/ $C_2^7 = \frac{P(7\ ,\ 2)}{2!} = \frac{7\times 6}{2\times 1} = \frac{42}{2} = 21$ مثلث

C/ أرسم منحني الدالة بالاستعانة بمعلوماتك بالتفاضل $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$

الحل/ $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$

$f(0) = 0 - 0 + 1 = 1$

∴ نقطة التقاطع $(0\ ,\ 1)$



$f'(x) = 3x^2 - 4x$

$3x^2 - 4x = 0$

$x\ (3x - 4) = 0$

اما $x = 0$ حرجة

او $3x - 4 = 0$ ➔ $3x = 4$ ➔ $x = \frac{4}{3}$ حرجة

مناطق التزايد $\{x : x < 0\}$ ، $\{x : x > \frac{4}{3}\}$

مناطق التناقص $(x\ ,\ \frac{4}{3})$

∴ نقطة $(0\ ,\ 1)$ نهاية عظمى محلية $X = 0$ ➔ $f(0) = 1$

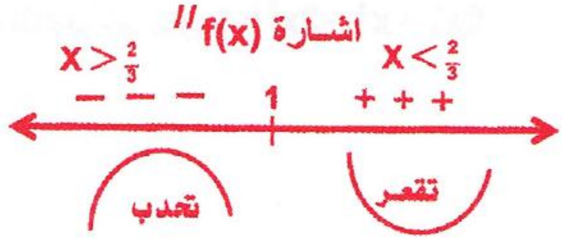
$X = (\frac{4}{3})$ ➔ $f(\frac{4}{3}) = \left(\frac{4}{3}\right)^3 - 2\left(\frac{4}{3}\right)^2 + 1$

$f(\frac{4}{3}) = \frac{64}{27} - \frac{32}{9} + \frac{1}{1}$

$$f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{64 - 96 + 27}{27} = \frac{91 - 96}{27} = \frac{-5}{27}$$

∴ النقطة $\left(\frac{4}{3}\ ,\ -\frac{5}{27}\right)$ نهاية صغرى محلية

$f'' = 6x - 4$



$6x - 4 = 0$

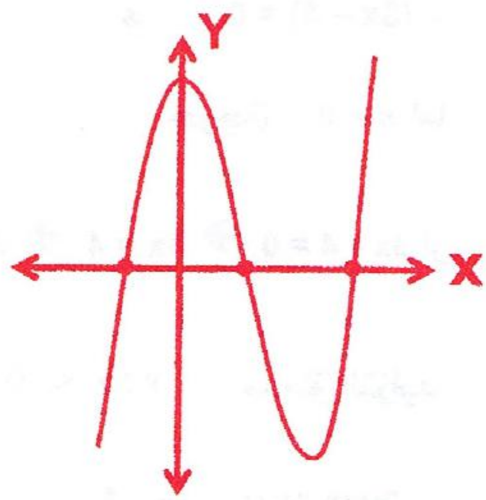
$6x = 4$

$x = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

∴ النقطة $\left(\frac{2}{3}\right)$ مرشحة للانقلاب

الدالة محدبة في $\left\{ x : x > \frac{2}{3} \right\}$ ، الدالة مقعرة في $\left\{ x : x < \frac{2}{3} \right\}$

$x = \left(\frac{2}{3}\right)$



$$f\left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 - 2\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 1$$

$$f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8}{27} - \frac{8}{9} + \frac{1}{1}$$

$$f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8 - 24 + 27}{27} = \frac{35 - 24}{27} = \frac{11}{27}$$

∴ نقطة الانقلاب هي $\left(\frac{2}{3}\ ,\ \frac{11}{27}\right)$

حلول أسئلة الرياضيات للصف السادس الأدبي / الدور الثاني 2014

س1 – A/ اذا كان لدى فتاة (7) قمصان مختلفة الالوان و (5) تنورات مختلفة الالوان ايضا و (3) احذية مختلفة الاشكال والالوان فبكم زي مختلف مكون من قميص وتنورة حذاء يمكن ان تظهر به الفتاة .

الحل /

الطريقة الاولى / مبدأ العد	الطريقة الثانية /
عدد طرق اختيار القميص الواحد = 7 عدد طرق اختيار التنورة الواحدة = 5 عدد طرق اختيار الحذاء الواحد = 3 ∴ عدد الازياء = 7 × 5 × 3 = 105 زي	عدد الازياء = 7×5×3 = 105 زي

س1 – B/ جد $f'(1)$ اذا كان $f(x) = \frac{4 + 5x}{x^2 + x + 1}$

الحل / $f(x) = \frac{4 + 5x}{x^2 + x + 1}$

$$f'(x) = \frac{(x^2 + x + 1)(5) - (4 + 5x)(2x + 1)}{(x^2 + x + 1)^2}$$

$$f'(1) = \frac{\left[(1)^2 + (1) + 1\right](5) - \left[4 + (5 \times 1)\right]\left[(2 \times 1) + 1\right]}{\left[(1)^2 + (1) + 1\right]^2}$$

$$f'(1) = \frac{(15) - (9 \times 3)}{9} = \frac{15 - 27}{9} = \frac{-12}{9} = \frac{-4}{3}$$

س2 – A/ اذا كانت $f(x) = ax^2 + bx$ وكانت $\lim_{x \to -1} f(x) = 5$ ، $\lim_{x \to 3} f(x) = 21$ ، جد قيمتي a , b الحقيقيتين ؟

الحل /

$\lim_{x \to 3} ax^2 + bx = 21$

$a(3)^2 + b(3) = 21$

$9a + 3b = 21$ .... (1)

$\lim_{x \to -1} ax^2 + bx = 5$

$a(-1)^2 + b(-1) = 5$

$a - b = 5$

$a = 5 + b$ .... (2)

نعوض معادلة 2 في معادلة 1 $9a + 3b = 21$

$9(5+b) + 3b = 21$

$45 + 9b + 3b = 21$

$45 + 12b = 21$

$12b = 21 - 45$

$b = \frac{21 - 45}{12} = \frac{-24}{12} = -2$ → $\boxed{b = -2}$

$a = 5 + (-2) = 3$ → $\boxed{a = 3}$

س2 – B/ اذا كانت دالة التكلفة الحدية T' هي : $T' = 3 + 40V - 5V^2$ حيث V حجم الانتاج . جد دالة التكلفة الكلية . علما ان $T = 65$ عندما $V = 0$ ؛

الحل بما ان دالة التكلفة الحدية $T' = 3 + 40V - 5V^2$ فان دالة التكلفة الكلية T هي:

$$T = \int (3 + 40V - 5V^2)\, dv$$

$$T = 3V + 20V^2 - \frac{5}{3}V^3 + C$$

$$T = 3V + 20V^2 - \frac{5V^3}{3} + C$$

فاذا كانت التكلفة الكلية = 65 عندما حجم الانتاج $V = 0$ فان $C = 65$

∴ دالة التكلفة الكلية هي: $T = 3V + 20V^2 - \frac{5V^3}{3} + 65$

س3 – A/ جد عددين مجموعهما (9) وحاصل ضرب مربع احدهما في ثلاث امثال الاخر اكبر ما يمكن ؛

الحل / نفرض ان العدد = X

∴ العدد الثاني = $9 - X$

نفرض ان الدالة = A

$$A = 3X^2(9 - X)$$

$$A = 27X^2 - 3X^3$$

$$A' = 54X - 9X^2$$

$$(54X - 9X^2 = 0) \div 9$$

$$6X - X^2 = 0 \rightarrow X(6 - X) = 0$$

اما $X = 0$ يهمل لانها قيمة غير منطقية

او $6 - X = 0$ ← $X = 6$ العدد الاول

العدد الثاني $= 9 - 6 = 3$ ← $X = 3$ العدد الثاني

س3 – B/ جد $\int \sqrt[5]{x^2 - 8x + 16}\, dx$

الحل /

$$\int \sqrt[5]{x^2 - 8x + 16}\, dx = \int \sqrt[5]{(x-4)^2}\, dx = \int (x-4)^{\frac{2}{5}}\, dx$$

$$= \frac{(x-4)^{\frac{7}{5}}}{\frac{7}{5}} + C = \frac{5}{7}(x-4)^{\frac{7}{5}} + C = \frac{5}{7}\sqrt[7]{(x-4)^5} + C$$

س4 – A/ هل يوجد حد خالي من (x) في مفكوك $(X^2 - \frac{1}{X})^{15}$ ؟ بين ذلك.

الحل / نفرض ان رتبة الحد الخالي من x هي (r) (اي يحوي على x^0) فيكون :

$$P_r = C^n_{r-1}\ (a)^{n-r+1}\ (b)^{r-1}$$
$$P_r = C^{15}_{r-1}\ (x^2)^{15-r+1}\ (x^{-1})^{r-1}$$
$$P_r = C^{15}_{r-1}\ (x^2)^{16-r}\ (x)^{-r+1}$$
$$P_r = C^{15}_{r-1}\ (x^{32-2r})(x^{1-r})$$
$$P_r = C^{15}_{r-1}\ (x^{33-3r})$$
$$X^0 = X^{33-3r}$$
$$33 - 3r = 0 \rightarrow r = \frac{33}{3} \rightarrow r = 11$$

نعم يوجد حد خالي من X وهو الحد الحادي عشر

$$P_{11} = C^{15}_{10}(x^2)^{15-11+1}(-1)^{11-1}(x)^{-11+1}$$
$$P_{11} = C^{15}_{10}\ \cancel{(x^{10})}\ \cancel{(x^{-10})}(1)$$
$$P_{11} = C^{15}_{10} = C^{15}_{15-10} = C^{15}_5 = \frac{p\ (15\ ,\ 5)}{5!}$$
$$P_{11} = \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 3003$$ قيمة الحد الخالي من X

س4 – B/ جد معادلة المماس لمنحني الدالة $f(x) = \sqrt[3]{x+3}$ عند النقطة التي فيها $x = 5$ ؟

الحل /

نعوض في المعادلة الاصلية $x = 5$

$$f(5) = \sqrt[3]{5+3} = 2 \rightarrow$$ ∴ النقطة (5 , 2)

$$\because f(x) = (x+3)^{\frac{1}{3}} \rightarrow f'(x) = \frac{1}{3}(x+3)^{\frac{-2}{3}}(1)$$

$$\therefore f'(x) = \frac{1}{3(x+3)^{\frac{2}{3}}}$$ ميل المماس عند اية نقطة

$$f'(5) = \frac{1}{3(5+3)^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{3 \times 8^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{12}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$ حيث ان $m = f'(5)$

$$y - 2 = \frac{1}{12}(x-5) \rightarrow 12y - 24 = x - 5 \rightarrow x - 12y + 19 = 0$$ معادلة المماس

س5 – A/ جد قيمة $\frac{1}{56}\left[P_2^8 + P_3^8\right]$

الحل/ الطريقة الاولى

$$=\frac{1}{56}\left[8\times7+7\times8\times6\right]$$

$$=\frac{1}{56}\left[56+336\right]=\frac{1}{56}\left[392\right]=\frac{392}{56}=7$$

الطريقة الثانية حسب قانون التباديل $P_r^n=\frac{n!}{(n-r)!}$

$$P_r^n=\frac{n!}{(n-r)!}\qquad =\frac{1}{56}\left[\frac{8!}{(8-2)!}+\frac{8!}{(8-3)!}\right]$$

$$=\frac{1}{56}\left[\frac{8\times7\times6!}{6!}+\frac{8\times7\times6\times5!}{5!}\right]$$

$$=\frac{1}{56}\left[56+336\right]=\frac{1}{56}\left[392\right]=\frac{392}{56}=7$$

س5 – B/ لتكن $f(x)=\begin{cases}7-2x & x<-1\\ 2x^2+3 & x\geq-1\end{cases}$ هل f مستمرة عند $x=-1$ ؟ بين ذلك.

الحل/ عند $x=-1$ فان

1- $f(x)=2x^2+3$

$f(-1)=2(-1)^2+3=2(1)+3=5$

لنبحث وجود $\lim_{x\to-1} f(x)$

2- $\lim_{x\to(-1)^+} f(x)=\lim_{x\to(-1)^+}(2x^2+3)$

الغاية من اليمين $=2(-1)^2+3=2(1)+3=5=L_1$

$\lim_{x\to(-1)^-} f(x)=\lim_{x\to(-1)^-}(7-2x)$

الغاية من اليسار $=7-2(-1)=7+2=9=L_2$

$\because L_1\neq L_2$

$\therefore$ لا يوجد غاية للدالة عند $X=-1$

$\therefore$ f غير مستمرة عند $X=-1$

س5 – C / جد المساحة المحددة بين المنحنيين : $y = x^2$ ، $y = 2x$ ؟

الحل / دالة المنحني الاول $f(x) = y = x^2$ ، دالة المنحني الثاني $g(x) = y = 2x$

نولد الدالة الجديدة ولتكن : $R(x) = f(x) - g(x)$

$R(x) = x^2 - 2x$

تقاطع الدالة $R(x)$ مع محور السينات ← $y = 0$

$x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x-2) = 0$

اما $x = 0$

او $x = 2$

فترة التكامل $[0, 2]$

الموقع	اشارة $R(x)$	$x \in$ للفترة	الفترة
تحت	$(1)^2 - 2(1) = -1$	$X = 1$	$[0, 2]$

$$A = -\int_0^2 (x^2 - 2x)\,dx$$

$$A = \int_0^2 (-x^2 + 2x)\,dx$$

$$A = \left[\frac{-x^3}{3} + \frac{2x^2}{2}\right]_0^2 = \left[\frac{-x^3}{3} + x^2\right]_0^2$$

$$A = \left[\frac{-(2)^3}{3} + (2)^2\right] - \left[\frac{-(0)^3}{3} + (0)^2\right]$$

$$A = \left[\frac{-8}{3} + 4\right] - [0] = \left[\frac{-8+12}{3}\right]$$

$$A = \frac{4}{3}\ \text{unit}^2$$

س6 – A / جد قيمة $\lim\limits_{x \to -2} \frac{x^2 + 2x}{x^2 - 3x - 10}$

الحل /

$$\lim_{x \to -2} \frac{x^2 + 2x}{x^2 - 3x - 10} = \lim_{x \to -2} \frac{x(x+2)}{(x-5)(x+2)}$$

$$= \lim_{x \to -2} \frac{x}{(x-5)} = \frac{-2}{(-2-5)} = \frac{-2}{-7} = \frac{2}{7}$$

س6 – B / باستخدام معلوماتك في التفاضل ارسم منحني الدالة : $f(x) = (x - 1)^3$

الحل /

$f(x) = (x - 1)^3$

$f(0) = (0 - 1)^3 = (-1)^3 = -1$

$y = f(x) = 0$

$(x - 1)^3 = 0$

$x - 1 = 0$

$x = 1$

∴ نقاط التقاطع $(1\ ,\ 0)\ ,\ (0\ ,\ -1)$

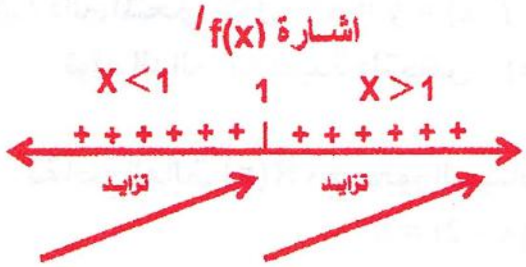
$f'(x) = 3(x - 1)^2$

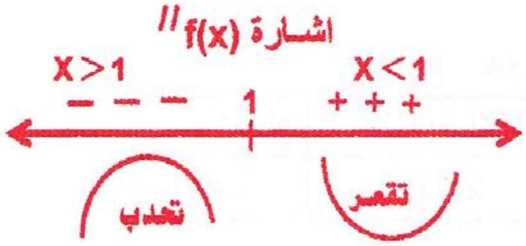
$3(x - 1)^2 = 0$

$x = 1$

$y = (1-1)^3 = 0$

∴ نقطة حرجة $(1\ ,\ 0)$





$f'' = 6(x - 1)$

$6(x - 1) = 0$

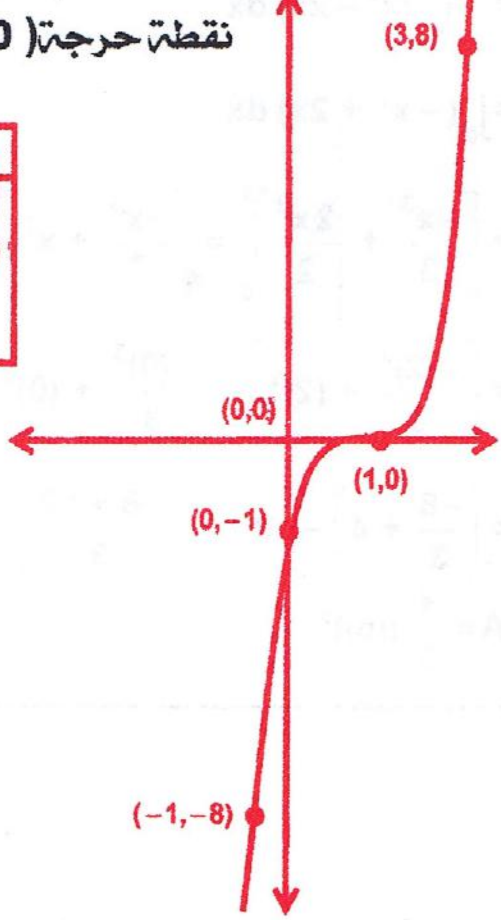
$x - 1 = 0$

$x = 1$

$y = (1 - 1) = 0$

∴ نقطة انقلاب $(1\ ,\ 0)$

x	y	(x , y)
0	-1	(0 ,-1)
-1	-8	(-1,-8)
2	1	(2,1)
3	8	(3,8)



س6 – C / جد قيمة $\int_0^3 \sqrt[3]{(3x - 1)^2} \cdot dx$

$= \int_0^3 (3x - 1)^{\frac{2}{3}} \cdot dx$

$= \left[\frac{1}{3} \times \frac{3}{5} \times (3x - 1)^{\frac{5}{3}}\right]_0^3$

$= \left[\frac{1}{5}\sqrt[3]{(9 - 1)^5}\right] - \left[\frac{1}{5}\sqrt[3]{(0 - 1)^5}\right]$

$= \left[\frac{32}{5}\right] - \left[-\frac{1}{5}\right]$

$= \frac{32}{5} + \frac{1}{5} = \frac{33}{5}$

حلول أسئلة الرياضيات للصف السادس الأدبي / الدور الأول 2015

س1 – A/ كيس فيه (10) كرات حمراء و (6) كرات بيضاء سحبت منه (4) كرات معا دون ارجاع ، ما عدد الطرق التي تكون فيها الكرات المسحوبة من نفس اللون ؟

الحل / عدد طرق سحب (4) كرات حمراء

$$C_4^{10} = \frac{P_4^{10}}{4!} = \frac{(10)(9)(8)(7)}{(4)(3)(2)(1)} = 210$$

عدد طرق سحب (4) كرات بيضاء

$$C_4^{6} = \frac{P_4^{6}}{4!} = \frac{(6)(5)(4)(3)}{(4)(3)(2)(1)} = 15$$

عدد طرق السحب $C_4^{10} + C_4^{6}$

طريقة $210 + 15 = 225$

ملاحظة / يمكن حل السؤال مباشرة وكما يلي

$$C_4^{10} + C_4^{6} = \frac{(10)(9)(8)(7)}{(4)(3)(2)(1)} + \frac{(6)(5)(4)(3)}{(4)(3)(2)(1)}$$

$= 210 + 15 = 225$ طريقة

س1 : B/ جد ان وجدت نقط الانقلاب ومناطق التقعر والتحدب للدالة $f(x) = x^3(4-x)$

الحل /

$f(x) = x^3(4-x)$

$f(x) = 4x^3 - x^4$

$f'(x) = 12x^2 - 4x^3$

$f''(x) = 24x - 12x^2$

نجعل $f''(x) = 0$

$[\,24x - 12x^2 = 0\,] \div 12$

$2x - x^2 = 0$

$x(2-x) = 0$

أما $(2-x) = 0 \rightarrow \boxed{x = 2}$

أو $x = 0$

$f(0) = 0 \rightarrow (0, 0)$ نقطة حرجة

$f(2) = 2^3(4-2) = 16 \rightarrow (2, 16)$ نقطة مرشحة

اشارة $f''(x)$: $- - -$ (0) $+ + +$ (2) $- - -$

تحدب | تقعر | تحدب

الدالة محدبة في $\{x : x < 0\}$, $\{x : x > 2\}$

الدالة مقعرة في الفترة $(0, 2)$

$\therefore$ النقطتين $(0, 0)$ ، $(2, 16)$ هما نقطتي انقلاب للدالة

س2 – A / جد معادلة المنحني الذي ميله عند اية نقطة (x, y) من نقاطه هو $(x^2 - x - 2)$ وكان للمنحني نهاية محلية تنتمي الى محور السينات.

الحل / بما ان للمنحني نهاية عظمى تنتمي لمحور السينات ← $f'(x) = 0 , y = 0$

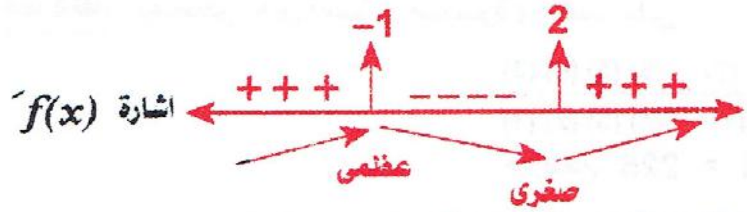
$f'(x) = x^2 - x - 2$

$x^2 - x - 2 = 0$

$(x-2)(x+1) = 0$

أما $(x-2) = 0 \rightarrow x = 2$

أو $(x+1) = 0 \rightarrow x = -1$



∴ $(-1 , 0)$ نهاية عظمى

الدالة متزايدة في $\{x : x > 2\}$, $\{x : x < -1\}$

الدالة متناقصة في الفترة $(-1 , 2)$

∴ النقطة $(-1 , 0)$ تمثل نهاية عظمى للمنحني

$$y = \int f'(x)\, dx$$

$$y = \int (x^2 - x - 2)\, dx$$

$$y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x + C$$

بالتعويض $(-1,0)$

$$0 = \frac{(-1)^3}{3} - \frac{(-1)^2}{2} - 2(-1) + C$$

$$0 = \frac{-1}{3} - \frac{1}{2} + 2 + C$$

$$0 = \frac{-2 - 3 + 12}{6} + C$$

$$0 = \frac{7}{6} + C$$

$$C = \frac{-7}{6}$$

∴ معادلة المنحني $\therefore\ y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x - \frac{7}{6}$

س2 – B/ اذا كانت $\lim_{x\to 5} \frac{x^2 - 25}{x^2 - 8x + 15} = -3a + 11$ جد قيمة (a)

الحل /

$$\lim_{x\to 5} \frac{x^2 - 25}{x^2 - 8x + 15} = -3a + 11$$

$$\lim_{x\to 5} \frac{(x-5)(x+5)}{(x-3)(x-5)} = -3a + 11$$

$$\lim_{x\to 5} \frac{(x+5)}{(x-3)} = -3a + 11$$

$$\frac{(5+5)}{(5-3)} = -3a + 11$$

$$\frac{10}{2} = -3a + 11$$

$$5 = -3a + 11 \rightarrow 3a = 11 - 5$$

$$3a = 6 \rightarrow a = \frac{6}{3} \rightarrow \boxed{a = 2}$$

س3 – A/ جد المشتقة الأولى من الدوال الاتية :

1) $f(x) = \sqrt{x^4 + 3x^2 + 1}$ 2) $f(x) = \left(\frac{2x-1}{x^3+3}\right)^5$

الحل /

$$f(x) = \sqrt{x^4 + 3x^2 + 1} \rightarrow f(x) = (x^4 + 3x^2 + 1)^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}(x^4 - 3x^2 + 1)^{-\frac{1}{2}}(4x^3 + 6x)$$

$$= \frac{4x^3 + 6x}{2\sqrt{x^4 + 3x^2 + 1}}$$

---

2) $f(x) = \left(\frac{2x-1}{x^3+3}\right)^5$

ملاحظة / مشتقة داخل القوس

$$\frac{(x^3+3)(2) - (2x-1)(3x^2)}{(x^3+3)^2}$$

$$f'(x) = 5\left(\frac{2x-1}{x^3+3}\right)^4 \cdot \frac{(x^3+3)(2) - (2x-1)(3x^2)}{(x^3+3)^2}$$

$$= 5\left(\frac{2x-1}{x^3+3}\right)^4 \cdot \frac{2x^3 + 6 - [6x^3 - 3x^2]}{(x^3+3)^2}$$

$$= 5\left(\frac{2x-1}{x^3+3}\right)^4 \cdot \frac{2x^3 + 6 - 6x^3 + 3x^2}{(x^3+3)^2}$$

$$= \frac{5(2x-1)^4}{(x^3+3)^4} \cdot \frac{-4x^3 + 3x^2 + 6}{(x^3+3)^2} = \frac{5(2x-1)^4(-4x^3 + 3x^2 + 6)}{(x^3+3)^6}$$

س3 – B/ لتكن $f : R \to R$ حيث ان : $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \le 3 \\ 4x - 2 & x > 3 \end{cases}$

1) أبحث استمرارية الدالة عند $x = 3$

2) جد الغاية عند $x = -2$

الحل / (1) نجد صورة العدد عند $x = 3$

$$f(x) = x^2 + 1$$

$$f(3) = (3)^2 + 1 = 10$$

(2) نجد الغاية عند $x = 3$

من اليسار $\lim_{x \to 3} (x^2 + 1) = (3)^2 + 1 = 10 = L_1$

من اليمين $\lim_{x \to 3} (4x - 2) = 4(3) - 2 = 10 = L_2$

بما ان $L_1 = L_2$ اذن توجد للدالة غاية عند $x = 3$

(3) $\lim_{x \to 3} f(x) = f(3) = 10$

اذن الدالة مستمرة عند $x = 3$

ولايجاد الغاية عند $x = 2$

$$\lim_{x \to 2} (x^2 + 1) = (2)^2 + 1 = 5$$

س4 – A/ جد قيمة (n) اذا علمت ان : $\frac{n!}{(n-2)!} = P^3_2$

الحل /

$$\because \frac{n!}{(n-2)!} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$\because \frac{n(n-1)\cancel{(n-2)!}}{\cancel{(n-2)!}} = \frac{3!}{(3-2)!}$$

$$n(n-1) = \frac{(3)(2)(1)}{1!}$$

$$n(n-1) = 6$$

$$n^2 - n = 6$$

$$n^2 - n - 6 = 0$$

$$(n-3)(n+2) = 0$$

أما $(n-3) = 0 \rightarrow \boxed{n = 3}$

أو $n + 2 = 0 \rightarrow n = -2$ تهمل

س4 – B / جد تكامل كلا من

1- $\int \frac{x^3 - 2x^2 + 1}{5x^5} dx$

$\int \left(\frac{x^3}{5x^5} - \frac{2x^2}{5x^5} + \frac{1}{5x^5} \right) dx$

$\int \left(\frac{1}{5x^2} - \frac{2}{5x^3} + \frac{1}{5x^5} \right) dx$

$\int \left(\frac{1}{5} x^{-2} - \frac{2}{5} x^{-3} + \frac{1}{5} x^{-5} \right) dx$

$\int \frac{1}{5} x^{-2} dx - \int \frac{2}{5} x^{-3} dx + \int \frac{1}{5} x^{-5} dx$

$\left(\frac{1}{5} \cdot \frac{x^{-1}}{-1} \right) - \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{x^{-2}}{-2} \right) + \left(\frac{1}{5} \cdot \frac{x^{-4}}{-4} \right) + C$

$\frac{-1}{5x} + \frac{1}{5x^2} - \frac{1}{20x^4} + C$

ملاحظة / يمكن تبسيط المقدار كالاتي

$\frac{1}{5} \int x^{-5} \left(x^3 - 2x^2 + 1 \right) dx$ ويوزع ثم نكمل الحل

2- $\int_0^1 \frac{x\, dx}{\sqrt{x^2 + 1}}$

$= \int_0^1 \frac{x\, dx}{(x^2 + 1)^{\frac{1}{2}}}$

$= \int_0^1 (x^2 + 1)^{-\frac{1}{2}}\, x dx$

$= \frac{1}{2} \int_0^1 (x^2 + 1)^{-\frac{1}{2}} \cdot (2x) dx$

$= \frac{1}{2} \left[\frac{(x^2 + 1)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} \right]_0^1$

$= \left[\sqrt{x^2 + 1} \right]_0^1$

$= \sqrt{1 + 1} - \sqrt{0 + 1}$

$= \sqrt{2} - 1$

س5 / أجب عن فرعين فقط :

A / جد الحد الذي يحوي x^2 في مفكوك $\left(x^3 + \frac{2}{x^3} \right)^9$

الحل / نفرض ان رتبة الحد الذي يحوي x^2 في مفكوك $\left(x^3 + \frac{2}{x^3} \right)^9$ هو r

$P_r = C^n_{r-1} (a)^{n-r+1} (b)^{r-1}$

$P_r = C^9_{r-1} (x^3)^{9-r+1} (\frac{2}{x^2})^{r-1}$

$P_r = C^9_{r-1} (x^3)^{10-r} (2)^{r-1} (x^{-2})^{r-1}$

$P_r = C^9_{r-1} (x^{30-3r}) (2)^{r-1} (x)^{-2r+2}$

$P_r = C^9_{r-1} (x^{32-5r}) (2)^{r-1}$

$X^2 = X^{32-5r}$

$2 = 32 - 5r \rightarrow 5r = 30 \rightarrow r = 6$

$P_6 = C^9_{6-1}\ (x^{32-5(6)})(2)^{6-1}$

$P_6 = C^9_5\ (x^{32-30})(2)^5$

$P_6 = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}\ x^2 \cdot 32$

$P_6 = 4032\, x^2$

B/ جد $\lim\limits_{x \to 3} \frac{x^4 - 81}{x - 3}$

الحل /

$= \lim\limits_{x \to 3} \frac{(x^2 - 9)(x^2 + 9)}{x - 3}$

$= \lim\limits_{x \to 3} \frac{(x - 3)(x + 3)(x^2 + 9)}{(x - 3)}$

$= \lim\limits_{x \to 3} (x + 3)(x^2 + 9)$

$= (3 + 3)((3)^2 + 9)$

$= 6 \times 18 = \boxed{108}$

C/ جد النقاط على المنحني $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 4$ ، بحيث يكون عندها المماس موازيا لمحور السينات .

الحل /

$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 4$

$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$

بما ان المماس مواز لمحور السينات

$f'(x) = 0$

$[\, 3x^2 - 6x - 9 = 0 \,] \div 3$

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$(x - 3)(x + 1) = 0$

اما $x = -1$ أو $x = 3$

$f(3) = (3)^3 - 3(3)^2 - 9(3) + 4$

$f(3) = 27 - 27 - 27 + 4 = -23$

نقطة التماس $(3\ ,\ -23)$

$f(-1) = (-1)^3 - 3(-1)^2 - 9(-1) + 4$

$f(-1) = -1 - 3 + 9 + 4 = 9$

نقطة التماس $(-1\ ,\ 9)$

س 6 / أجب عن فرعين فقط مما ياتي :

A / جد العددين اللذين مجموعهما (8) ومجموع مربعيهما أكبر ما يمكن.

الحل /

الطريقة الاولى

نفرض العدد الاول = X

ونفرض العدد الثاني = y

$x + y = 8 \rightarrow y = 8 - x$

الدالة $Z = x^2 + y^2$

$Z = x^2 + (8 - x)^2$

$Z' = 2x + 2(8 - x)(-1)$

$Z' = 2x - 2(8 - x)$

$[2x - 2(8 - x) = 0] \div 2$

$x - 8 + x = 0$

$2x = 8$

العدد الاول $x = 4$

العدد الثاني $y = 8 - 4 = 4$

الطريقة الثانية

نفرض العدد الاول = X

العدد الثاني = $8 - x$

الدالة $Z = x^2 + y^2$

$Z = x^2 + (8 - x)^2$

$Z' = 2x + 2(8 - x)(-1)$

$Z' = 2x - 2(8 - x)$

$[2x - 2(8 - x) = 0] \div 2$

$x - 8 + x = 0$

$2x = 8$

العدد الاول $x = 4$

العدد الثاني $= 8 - 4 = 4$

B/ جد المساحة المحددة بالدالة $f(x) = \sqrt{x+1}$ ومحور السينات والمستقيمين $x = 0$, $x = 3$

الحل/ $f(x) = \sqrt{x+1}$, $[0, 3]$

نجعل $y = f(x) = 0$

$\sqrt{x+1} = 0$

بتربيع الطرفين $(x+1) = 0$

$x = -1$ تهمل $\notin [0, 3]$

الفترة	$x \in$ للفترة	اشارة $f(x)$	الموقع
$[0, 3]$	$X = 1$	$\sqrt{2} > 0$	فوق

$$A = \int_0^3 \sqrt{x+1}\, dx = \int_0^3 (x+1)^{\frac{1}{2}}\, dx$$

$$= \left[\frac{(x^2+1)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\right]_0^3 = \frac{2}{3}\left[\sqrt{(x+1)^3}\right]_0^3$$

$$= \frac{2}{3}\left[\sqrt{(3+1)^3} - \sqrt{(0+1)^3}\right]$$

$$= \frac{2}{3}[8 - 1] = \frac{14}{3} = \boxed{4\frac{2}{3}}$$ وحدة مربعة

C/ كم عدد رمزه مكون من (3) أرقام يمكن تكوينه باستخدام الارقام 2,3,4,5,6,7,8,9 على ان يكون العدد فرديا والتكرار غير مسموح فيه للرقم ؟

الحل/ عدد طرق اختيار رقم الاحاد = 4

عدد طرق اختيار رقم العشرات = 7

عدد طرق اختيار رقم المئات = 6

$\therefore$ عدد الأعداد $= 4 \times 7 \times 6 = 168$ عدد

أو

الاحاد	العشرات	المئات
4	7	6

$\therefore$ عدد الأعداد $= 4 \times 7 \times 6 = 168$ عدد

حلول أسئلة الرياضيات للصف السادس الأدبي / الدور الثاني 2015

س1 – A / كم كلمة بمعنى أو بدون معنى يمكن تكوينها من كلمة (سنكفيكهم) مكونة من أربع أحرف على ان لا يسمح بتكرار الحرف في الكلمة الواحدة .

الحل / { س ، ن ، ك ، ف ، ي ، هـ ، م }

عدد طرق اختيار الحرف الأول = 7

عدد طرق اختيار الحرف الثاني = 6

عدد طرق اختيار الحرف الثالث = 5

عدد طرق اختيار الحرف الرابع = 4

∴ عدد الكلمات = (7) • (6) • (5) • (4) = **840** كلمة

ملاحظة / يمكن حل السؤال بالصيغة

$^{7}P_{4} = (7) \cdot (6) \cdot (5) \cdot (4) = 840$ كلمة

حل اخر /

الحرف الاول	الحرف الثاني	الحرف الثالث	الحرف الرابع
7	6	5	4

$(7) \cdot (6) \cdot (5) \cdot (4) = 840$ كلمة

س1 : B / اذا كانت $f(x) = (x^3 + 3x^2 - 3)^{\frac{5}{3}}$ جد $f'(x)$ في $f'(1)$

الحل /

$$f(x) = (x^3 + 3x^2 - 3)^{\frac{5}{3}}$$

$$f'(x) = \frac{5}{3}(x^3 + 3x^2 - 3)^{\frac{2}{3}} \cdot (3x^2 + 6x)$$

$$f'(x) = \frac{5}{3}(3x^2 + 6x)\sqrt[3]{(x^3 + 3x^2 - 3)^2}$$

$$f'(1) = \frac{5}{3}\left(3(1)^2 + 6(1)\right)\sqrt[3]{((1)^3 + 3(1)^2 - 3)^2}$$

$$f'(1) = \frac{5}{\cancel{3}}(\overset{3}{\cancel{9}})\sqrt[3]{(1)^2}$$

$$f'(1) = 15\,(1) = 15$$

س A – 2 / هل الدالة $f : R \to R$ حيث ان : $f(x) = \begin{cases} 1 - 2x & x \leq 2 \\ 1 - x^2 & x > 2 \end{cases}$

مستمرة عندما $x = 2$ ؟ بين ذلك

الحل / (1) نجد صورة العدد

$$f(x) = 1 - 2x$$
$$f(2) = 1 - 2(2)$$
$$= 1 - 4 = -3$$

(2) نجد الغاية

من اليسار $\lim_{x \to 2} (1 - 2x) = 1 - 2(2) = -3 = L_1$

من اليمين $\lim_{x \to 3} (1 - (2)^2) = 1 - 4 = -3 = L_2$

بما ان $L_1 = L_2$ اذن توجد للدالة غاية عند $x = 2$

(3) $\lim_{x \to 3} f(x) = f(2) = -3$

اذن الدالة مستمرة عند $x = 2$

س B – 2 / جسم يتحرك على خط مستقيم وفق المعادلة $f(t) = t^2 + 3t + 2$ جد سرعة الجسم بعد 5 ثوان من بدء الحركة علما ان الازاحة بالامتار.

الحل /

$$f(t) = t^2 + 3t + 2$$
$$f'(t) = 2t + 3$$

$f'(5) = 2(5) + 3 = \boxed{13}$ السرعة م/ثا

طريقة ثانية / طريقة التعريف

$$v = f'(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t}$$

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{(t + \Delta t)^2 + 3(t + \Delta t) + 2 - (t^2 + 3t + 2)}{\Delta t}$$

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\cancel{t^2} + 2t\,\Delta t + (\Delta t)^2 + \cancel{3t} + 3\Delta t + \cancel{2} - \cancel{t^2} - \cancel{3t} - \cancel{2}}{\Delta t}$$

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{2t\,\Delta t + (\Delta t)^2 + 3\Delta t}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\cancel{\Delta t}\,(2t + \Delta t + 3)}{\cancel{\Delta t}}$$

$$v = f'(t) = 2t + 3$$

$v = f'(5) = 2(5) + 3 = \boxed{13}$ السرعة م/ثا

س3 – A/ جد التكاملات الاتية :

1) $\int \frac{x-2}{(x^2-4x+5)^3}dx$

مشتقة داخل القوس

$u = x^2 - 4x + 4$

$du = 2x - 4 = 2(x-2)$

$= \int (x^2-4x+5)^{-3}(x-2)dx$

$= \frac{1}{2}\int (x^2-4x+5)^{-3} \cdot 2(x-2)dx$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{(x^2-4x+5)^{-2}}{-2} + C$

$= \frac{-1}{4(x^2-4x+5)^2} + C$

---

2) $\int_0^4 x(x-1)(x-2)\,dx = -\int_0^4 (x^2-x)(x-2)\,dx$

$= -\int_0^4 (x^3 - 2x^2 - x^2 + 2x)\,dx$

$= -\int_0^4 (x^3 - 3x^2 + 2x)\,dx$

$= -\left[\frac{x^4}{4} - \frac{3x^3}{3} + \frac{2x^2}{2}\right]_0^4 = -\left[\frac{x^4}{4} - x^3 + x^2\right]_0^4$

$= -\left[\frac{(4)^4}{4} - (4)^3 + (4)^2 - 0\right]$

$= -\left[\frac{256}{4} - 64 + 16\right]_0^4$

$= -\left[64 - 64 + 16\right]_0^4$

$= -16$

س 3 – B/ عين نقاط الانقلاب ومناطق التحدب والتقعر للدالة الاتية ان وجدت

$f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

الحل/

$f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

$f'(x) = 3x^2 + 6x + 3$

$f''(x) = 6x + 6 \rightarrow f''(x) = 0$

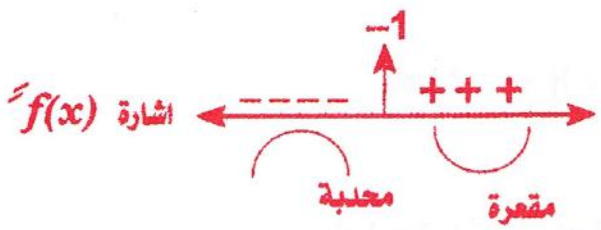
$0 = 6x + 6$

$6x = -6 \rightarrow x = -1$

نعوض قيمة x في الدالة

$f(-1) = (-1)^3 + 3(-1)^2 + 3(-1) + 1$

$= -1 + 3 - 3 + 1 = 0 \rightarrow (-1, 0)$ نقطة مرشحة للانقلاب



الدالة مقعرة في $\{x : x > -1\}$

الدالة محدبة في $\{x : x < -1\}$

∴ النقطة $(-1, 0)$ هي نقطة أنقلاب

س 4 – A/ اذا كان $\lim_{x \to n} \frac{x^2 - n^2}{x - n} = 10$ جد قيمة n الحقيقية

الحل/

$\lim_{x \to n} \frac{x^2 - n^2}{x - n} = 10$

$\lim_{x \to n} \frac{(x - n)(x + n)}{(x - n)} = 10$

$\lim_{x \to n} (x + n) = 10$

$n + n = 10$

$2n = 10$

$n = 5$

س 4 – B / بكم طريقة يمكن اختيار لجنة مكونة من 3 موظفين من بين 10 موظفين وخمسة موظفات ؟

الحل /

$$C_r^n = \frac{P_r^n}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

لجنة الموظفين $C_3^{10} = \frac{P_3^{10}}{3!} = \frac{(10)(9)(8)}{(3)(2)(1)} = 120$

لجنة الموظفات $C_2^{5} = \frac{P_2^{5}}{2!} = \frac{(5)(4)}{(2)(1)} = 10$

عدد الطرق $(120)\cdot(10) = \boxed{1200}$

س 4 – C / جد المساحة المحددة بمنحني الدالة $f(x) = x^3 - x$ ومحور السينات.

الحل / التقاطع مع محور السينات $y = 0$

$x^3 - x = 0 \rightarrow x(x^2-1) = 0$

أما $x = 0$ أو $x^2 - 1 = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \mp 1$

اذن فترات التكامل هي $[-1, 0], [0, 1]$

الفترة	$x \in$ للفترة	اشارة $f(x)$	الموقع
$[-1, 0]$	$X = \frac{-1}{2}$	$\frac{-1}{8} + \frac{1}{2} > 0$	فوق
$[1, 0]$	$X = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{8} - \frac{1}{2} < 0$	تحت

$A = A_1 + A_2$

$$A = \int_{-1}^{0} (x^3 - x)\,dx + \int_{0}^{1} (-x^3 + x)\,dx$$

$$= \left[\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2}\right]_{-1}^{0} + \left[\frac{-x^4}{4} + \frac{x^2}{2}\right]_{0}^{1}$$

$$= \left[0 - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right)\right] + \left[\left(\frac{-1}{4} + \frac{1}{2}\right) - 0\right]$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \boxed{\frac{1}{2}}\ \text{unit}^2$$

س5/ أجب عن فرعين فقط :

A/ جد الحدين الأوسطين من مفكوك $(2x - 1)^7$

الحل / بما ان الأس عدد فردي فيوجد حدان أوسطان رتبتاهما

$$r_1 = \frac{n+1}{2} = \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$r_2 = \frac{n+1}{2} + 1 = \frac{7+1}{2} + 1 = \frac{8}{2} + 1 = 4 + 1 = 5$$

اذن الحدان هما الرابع والخامس

$$P_r = C^n_{r-1}\,(a)^{n-r+1}\,(b)^{r-1}$$
$$P_4 = C^7_{4-1}\,(2x)^{7-4+1}\,(-1)^{4-1}$$
$$P_4 = C^7_3\,(2x)^4\,(-1)^3$$
$$P_4 = \frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}\cdot 16x^2\cdot(-1)$$
$$P_4 = -560x^4$$

$$P_r = C^n_{r-1}\,(a)^{n-r+1}\,(b)^{r-1}$$
$$P_5 = C^7_{5-1}\,(2x)^{7-5+1}\,(-1)^{5-1}$$
$$P_5 = C^7_4\,(2x)^3\,(-1)^4$$
$$P_5 = \frac{7\times6\times5\times4}{4\times3\times2\times1}\cdot 8x^3\cdot(1)$$
$$P_5 = 280x^3$$

B/ جد قيمة $\lim_{x\to-2} \frac{x^2+2x}{x^2-x-6}$

الحل /

$$\lim_{x\to-2} \frac{x^2+2x}{x^2-x-6} = \lim_{x\to-2} \frac{x\,(x+2)}{(x-3)\,(x+2)}$$

$$= \lim_{x\to-2} \frac{x}{(x-3)} = \frac{-2}{-2-3} = \frac{-2}{-5} = \frac{2}{5}$$

C/ جد نقطة على المنحني $f(x) = x^2 - 4x + 5$ عندما يكون مماس المنحني يوازي المستقيم $2x - y = 0$

الحل / بما ان المنحني $f(x) = x^2 - 4x + 5$ يوازي المستقيم $2x - y = 0$

$$m_{\text{المماس}} = m_{\text{المستقيم}} \rightarrow y' = f'(x) = \frac{-x_{\text{معامل}}}{y_{\text{معامل}}} = \frac{-a}{b}$$

$$2x - 4 = \frac{-2}{-1} \rightarrow 2x - 4 = 2$$

$$2x = 6 \rightarrow \boxed{x = 3}$$

$$y = f(3) = (3)^2 - 4(3) + 5$$
$$= 9 - 12 + 5 = 2$$

∴ نقطة التماس $(3, 2)$

س 6 / أجب عن فرعين فقط :

A/ اذا كانت $3(n!) = 360$ فما قيمة n ؟

الحل /

$$[\, 3(n!) = 360 \,] \div 3$$

$$n! = 120$$

$$n! = (5)(4)(3)(2)(1)$$

$$n! = 5!$$

$$n = 5$$

1	120
2	120
3	60
4	20
5	5
	1

طريقة ثانية /

$$3n! = 360$$

$$3n! = 3(5)(4)(3)(2)(1)$$

$$3n! = 3(5!)$$

$$n! = 5!$$

$$n = 5$$

1	360
2	360
3	180
4	60
5	15
3	3
	1

س 6 – B/ لتكن $f(x) = \begin{cases} 2x + a & , x \geq 2 \\ x^2 - b & , x < 2 \end{cases}$ وكانت موجودة وان $f(\sqrt{2}) = 5$.

فما قيمة a , b الحقيقيتين؟

الحل /

$$f(\sqrt{2}) = 5$$

$$y = f(\sqrt{2}) = 5$$

$$(\sqrt{2})^2 - b = 5$$

$$2 - b = 5$$

$$\boxed{b = -3}$$

بما ان الغاية موجودة فان :

الغاية من اليمين = الغاية من اليسار

$$\lim_{x \to 2} (2x + a) = \lim_{x \to 2} (x^2 - b)$$

$$2(2) + a = (2)^2 - (-3)$$

$$4 + a = 4 + 3$$

$$\boxed{a = 3}$$

س 6 – C / جد معادلة المنحني الذي ميله عند اية نقطة (x , y) يساوي $(3x^2 - 6x - 9)$ وكان للمنحني نهاية عظمى محلية قيمتها = 10

الحل / بما ان للمنحني نهاية عظمى محلية قيمتها 10

اذن $f'(x) = 0$

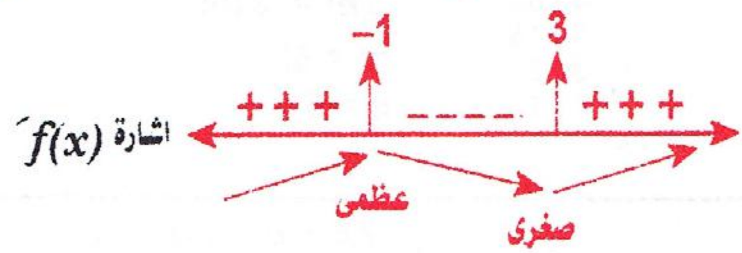
$$[3x^2 - 6x - 9 = 0] \div 3$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x-3)(x+1) = 0$$

اما $(x-3) = 0 \rightarrow x = 3$

او $(x+1) = 0 \rightarrow x = -1$



∴ توجد للمنحني نهاية عظمى محلية عند $x = -1$

∴ النقطة $(-1 , 10)$ هي نقطة النهاية العظمى للمنحني

$$y = \int f'(t)\,dx$$

$$y = \int (3x^2 - 6x - 9)\,dx$$

$$y = \frac{3x^3}{3} - \frac{6x^2}{2} - 9x + C$$

$$y = x^3 - 3x^2 - 9x + C$$

نعوض النقطة $(-1 , 10)$ في معادلة المنحني

$$10 = (-1)^3 - 3(-1)^2 - 9(-1) + C$$

$$10 = -1 - 3 + 9 + C$$

$$10 = 5 + C$$

$$C = 5$$

∴ معادلة المنحني $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$

الاجوبة النموذجية لأسئلة الرياضيات / للسادس الادبي / الدور الاول / 2016

س1:A) مجموعة من الطلاب مكوّنة من (10) طلاب و(8) طالبات يراد تشكيل لجنة مؤلفة من 7 أعضاء لادارة الانشطة الطلابية بكم طريقة يمكن أختيار لجنة مكونة من 4 طلاب و 3 طالبات ؟

الحل:

$$C_4^{10} = \frac{10!}{4!\ (10-4)!} = \frac{10\times9\times8\times7\times6!}{4!\ \times 6!} = \frac{10\times9\times8\times7}{4\times3\times2\times1} = 210$$ (طرق أختيار الطلاب) طريقة

$$C_3^{8} = \frac{8!}{3!\ (8-3)!} = \frac{8\times7\times6\times5!}{3!\ \times 5!} = \frac{8\times7\times6}{3\times2\times1} = 56$$ (عدد طرق أختيار الطالبات) طريقة

وباستخدام مبدأ العد الاساسي يكون :

عدد طرق تكوين اللجنة $= 210 \times 56 = 11760$ طريقة

س1:B) جد نقطة تنتمي الى المنحني $f(x) = x^2 + 3x + 5$ بحيث يكون عندها المماس موازيا للمستقيم الذي معادلته $3x + y + 4 = 0$.

الحل: ميل المستقيم المعلومه معادلته $= -\frac{\text{معامل } x}{\text{معامل } y}$

$\therefore\ m = -\frac{3}{1} = -3$ (ميل المستقيم المعلومه معادلته)

$\therefore$ ميل المماس $= -3$ (المستقيمان المتوازيان ميلهما متساوي)

$f(x) = x^2 + 3x + 5$

$f'(x) = 2x + 3$

$\because$ الميل $m = f'(x)$

$\therefore\ 2x + 3 = -3 \Rightarrow 2x = -3 -3 \Rightarrow 2x = -6$

$x = \frac{-6}{2} \Rightarrow$ $\boxed{x = -3}$

نعوض قيمة x في المعادلة الاصليه (معادلة المنحني) لاستخراج قيمة y

$y = f(x) = x^2 + 3x + 5$

$y = f(1) = (-3)^2 + 3(-3) + 5$

$y = 9 - 9 + 5$

$\boxed{y = 5}$

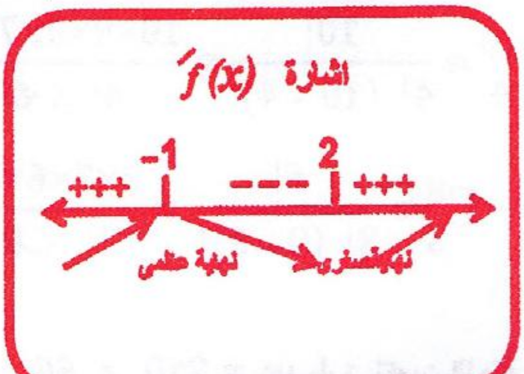
$\therefore$ النقطة $(-3, 5)$ تنتمي الى المنحني

س:2A) جد معادلة المنحني الذي ميله عند اية نقطة من نقاطه هو $x^2 - x - 2$ وكان للمنحني نهاية عظمى تنتمي لمحور السينات .

الحل:

بما ان للمنحني نهاية عظمى تنتمي لمحور السينات

$\therefore \ x^2 - x - 2 = 0 \Longrightarrow (x-2)(x+1) = 0$



اما $x - 2 = 0 \Longrightarrow x = 2$

او $x + 1 = 0 \Longrightarrow x = -1$

$\therefore$ $(-1, 0)$ نهاية عظمى

$y = \int (x^2 - x - 2)\, dx$

$y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + c$

$0 = \frac{1}{3}(-1)^3 - \frac{1}{2}(-1)^2 - 2(-1) + c$ بالتعويض بالنقطة $(-1, 0)$

$0 = -\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 2 + c$

$0 = \frac{-2 - 3 + 12}{6} + c$

$0 = \frac{7}{6} + c \Longrightarrow c = \frac{-7}{6}$

$y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x - \frac{7}{6}$ ⇦ $\therefore$ معادلة المنحني

س:2B) جد المشتقة لكل من :

$f(x) = 6\sqrt{3x^2 + 4}$

$f(x) = 6(3x^2 + 4)^{\frac{1}{2}}$

$f'(x) = 3(3x^2 + 4)^{-\frac{1}{2}}(6x)$

$f'(x) = 18x(3x^2 + 4)^{-\frac{1}{2}} \Longrightarrow f'(x) = \frac{18x}{\sqrt{3x2 + 4}}$

$$f(x)=(x^2+2x-3)(2x+1)$$

$$f'=(x^2+2x-3)(2)+(2x+1)(2x+2)$$

$$f'(x)=2x^2+4x-6+4x^2+4x+2x+2$$

$$f'(x)=6x^2+10x-4$$

س3:A) جد $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$

الحل:

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}\times\frac{\sqrt{x+3}+2}{\sqrt{x+3}+2}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}=\lim_{x\to 1}\frac{x+3-4}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{1}{(\sqrt{x+3}+2)}=\frac{1}{(\sqrt{1+3}+2)}=\frac{1}{(2+2)}=\frac{1}{4}$$

س3:B) اذاكانت النقطة (2 ,1) نقطة نهاية صغرى محلية للدالة $f(x)=a+(x-b)$ جد قيمة كل من $a,b\in R$.

الحل: ∵ النقطة (2 , 1) تنتمي للدالة :

∴ تحقق الدالة $f(x)=a+(x-b)^2$

$$1=a+(2-b)^2 \;......(1)$$

∵ النقطة (2 , 1)هي نهاية صغرى محلية

∴ المشتقة الاولى = صفر ، عندما $x=2$

$$f(x)=a+(x-b)^2$$

$$f'(x)=0+2(x-b)$$

$0=2(2-b) \Rightarrow 2(2-b)=0 \Rightarrow 2-b=0 \Rightarrow$ $\boxed{b=2}$

نعوض قيمة b في المعادلة (1) لاستخراج قيمة a

$$1=a+(2-2)^2$$

$$1=a+0$$

$\boxed{a=1}$

س4:A) جد قيمة $p(n, 3) = 56(n-2)$

$$n(n-1)\cancel{(n-2)} = 56\cancel{(n-2)}$$

$$n(n-1) = 56$$

$$n^2 - n = 56$$

$$n^2 - n - 56 = 0$$

$$(n-8)(n+7) = 0$$

اما $n - 8 = 0 \Longrightarrow \boxed{n = 8}$

او $n + 7 = 0 \Longrightarrow n = -7$ تهمل

س4:B) لتكن

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x > 3 \\ 5 + x & x \leq 3 \end{cases}$$

1) أبحث استمرارية الدالة عند $x = 3$

2) جد غاية الدالة عند $x = 2$

الحل:

1) $f(x) = 5 + x$

$f(3) = 5 + 3 = 8$

الغاية من اليمين L_1: $\lim_{x\to 3} f(x) = \lim_{x\to 3} x^2 - 1 = (3)^2 - 1 = 8$

الغاية من اليسار L_2: $\lim_{x\to 3} f(x) = \lim_{x\to 3} 5 + x = 5 + 3 = 8$

$\because f(x)\lim_{x\to 3} = f(3) \Longleftarrow \therefore$ الدالة مستمرة عند $x = 3$

2) $\lim_{x\to 2} f(x) = \lim_{x\to 2} 5 + x = 5 + 2 = 7$

س4:C) قطعة ارض مستطيلة الشكل يحدها نهر من احدى جهاتها جد اكبر مساحة من الارض يمكن تسييجها بسياج طوله 120متر.



الحل: نفرض أنّ البعدين هما x ، y

نفرض مساحة الارض $= A$

نفرض ان طول السياج (المحيط) $= C$

مساحة الارض المستطيلة = حاصل ضرب البعدين

$A = x \cdot y$ .... (1)

$C = 2x + y$

$120 = 2x + y$

$\therefore\ y = 120 - 2x$ .... (2)

نعوض معادلة (2) في معادلة (1)

نعوض معادلة (2) في معادلة (1)

$A = X(120 - 2X)$

$A = 120X - 2X^2$

$A' = 120 - 4X$

$120 - 4X = 0 \Longrightarrow 4X = 120 \Longrightarrow X = \frac{120}{4} \Longrightarrow X = 30\ m$

A' اشارة +++ 30 ---

البعد الاول $X = 30m$

البعد الثاني $y = 120 - 2X = 120 - 60 = 60m$

المساحة $\therefore A = (30)(60) = 1800m^2$

س5:A) جد الحد الخالي من x في مفكوك $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^6$

الحل: الحد الخالي من x (يعني أن x^0) لذلك نفرض أن الحد الخالي من (x) هو pr

$pr = C^{n}_{r-1} (x)^{n-r+1} (y)^{r-1}$

$pr = C^{6}_{r-1} (x)^{6-r+1} (2x^{-2})^{r-1}$

$pr = C^{6}_{r-1}\ x^{7-r}\ 2x^{2-2r}$

$x^0 = x^{7+2-r-2r}$

$x^0 = x^{9-3r}$

$9 - 3r = 0 \Longrightarrow 3r = 9 \Longrightarrow r = \frac{9}{3} \Longrightarrow r = 3$

الحد الثالث هو الحد الخالي من(x) في مفكوك $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^6$

$p_3 = C^6_2 (x)^4 (2x^{-2})^2$

$p_3 = C^6_2\ x^4\ 4x^{-4}$

$p_3 = \frac{6\times2}{2\times1} \times 4 \times x^{4-4} = 24$

س5:B) جد المساحة المحددة بالمنحني $y = x^3 - 4x$ ومحور السينات والمستقيمين $x = -2$ ، $x = 2$

الحل: نجد نقاط تقاطع المنحني y : مع محور السينات وذلك : $f(x) = 0$

$$x^3 - 4x = 0 \Longrightarrow x(x^2-4) = 0 \Longrightarrow x(x-2)(x+2) = 0$$

أما $x = 0$ $\Longrightarrow$ أو $x = -2$ $\Longrightarrow$ أو $x = 2$

∴ الفترة $[0,2]$ ، $[-2,0]$

الموقع	اشارة $f(x)$	للفترة $x \in$	الفترة
فوق	$(-1)^3 - [4(-1)] = -1 + 4 = 3 > 0$	$x = -1$	$[-2,0]$
تحت	$(1)^3 - [4(1)] = 1 - 4 = -3 < 0$	$x = 1$	$[0,2]$

$$A = A_1 + A_2 = \int_{-2}^{0} (x^3 - 4x)dx + -\int_{0}^{2} (x^3 - 4x)\,dx$$

$$A = \left[\frac{x^4}{4} - 2x^2\right]_{-2}^{0} + \left[\frac{-x^4}{4} + 2x^2\right]_{0}^{2}$$

$$A = \left[\frac{(0)^4}{4} - 2(0)^2\right] - \left[\frac{(-2)^4}{4} - 2(-2)^2\right] + \left[\frac{-(2)^4}{4} + 2(2)^2\right] - [0]$$

$$A = [0] - [-4] + [4] - [0] = 4 + 4 = 8 \text{ unit}^2$$ (وحدة مربعة)

س5:C) أذا كانت $f(x) = ax^2 + bx + 3$ دالة وكانت $\lim_{x \to 1} f(x) = 8$ و $\lim_{x \to -1} f(x) = 4$

جد قيمة كل من $a, b \in R$.

الحل:

$$\lim_{x \to 1} ax^2 + bx + 3 = 8$$

$a(1)^2 + b(1) + 3 = 8$

$a + b + 3 = 8$

$a + b = 8 - 3$

$a + b = 5$ ..... (1)

$$\lim_{x \to -1} ax^2 + bx + 3 = 4$$

$a(-1)^2 + b(-1) + 3 = 4$

$a - b + 3 = 4$

$a - b = 4 - 3$

$a - b = 1$ ..... (2)

$$a + b = 5 \quad ..... (1)$$

$$a - b = 1 \quad ..... (2)$$ بالجمع

$$2a = 6$$

$$a = \frac{6}{2} \Longrightarrow \boxed{a = 3}$$

نعوض قيمة a في معادلة (1) لايجاد قيمة

$$3 + b = 5$$

$$b = 5 - 3$$

$$\boxed{b = 2}$$

س:A6) جد كلا مما يأتي :

$$\int \frac{dx}{\sqrt[5]{x^2 - 14x + 49}} = \int (x^2 - 14x + 49)^{\frac{-1}{5}}\, dx$$

$$= \int [(x-7)^2]^{\frac{-1}{5}}\, dx$$

$$= \int [(x-7)]^{\frac{-2}{5}}\, dx$$

$$= \frac{(x-7)^{\frac{3}{5}}}{\frac{3}{5}} + C = \frac{5}{3}\sqrt[5]{(x-7)^3} + C$$

$$\int_{-1}^{1} (x^2+3)(x-2)\, dx \quad = \int_{-1}^{1} (x^3 - 2x^2 + 3x - 6)\, dx$$

$$= \left[\frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} - 6x\right]_{-1}^{1}$$

$$= \left[\frac{(1)^4}{4} - \frac{2(1)^3}{3} + \frac{3(1)^2}{2} - 6(1)\right] - \left[\frac{(-1)^4}{4} - \frac{2(-1)^3}{3} + \frac{3(-1)^2}{2} - 6(-1)\right]$$

$$= \left[\frac{1}{4} - \frac{2}{3} + \frac{3}{2} - 6\right] - \left[\frac{1}{4} + \frac{2}{3} + \frac{3}{2} + 6\right]$$

$$= \left[\frac{1}{4} - \frac{2}{3} + \frac{3}{2} - 6 - \frac{1}{4} - \frac{2}{3} - \frac{3}{2} - 6\right] = -\frac{4}{3} - 12 = -\frac{40}{3}$$

س6:B) كم عدد مكون رمزه من 3 مراتب واكبر من (600) يمكن تكوينه باستخدام الارقام { 8 ,6,7 ,5 , 4}

أذا كان 1- تكرار الرقم في العدد نفسه مسموح به

عدد طرق اختيار رقم المئات = 3

عدد طرق اختيار رقم العشرات = 5

عدد طرق اختيار رقم الآحاد = 5

$3 \times 5 \times 5 = 75$ طريقة

2- تكرار الرقم في العدد نفسه غير مسموح به

عدد طرق اختيار رقم المئات = 3

عدد طرق اختيار رقم العشرات = 4

عدد طرق اختيار رقم الآحاد = 3

$3 \times 4 \times 3 = 36$ طريقة

س6:C) ارسم منحني الدالة $f(x) = (x+1)^3 - 1$ باستخدام معلوماتك في التفاضل .

الحل / **1. نقاط التقاطع**

نعطي $x = 0$ $\quad f(0) = (0+1)^3 - 1 = 0$ ∴ نقطة التقاطع $(0, 0)$

نعطي $f(x) = 0$ $\quad (x+1)^3 - 1 = 0 \Rightarrow (x+1)^3 = 1 \Rightarrow x = 0$

2. نجد نقاط النهايات

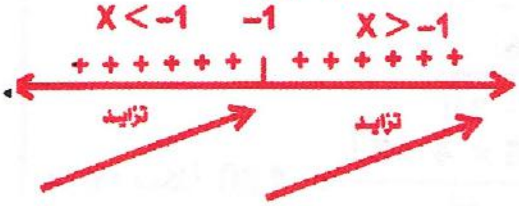
$f'(x) = 3(x+1)^2(1)$

$3(x+1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1$

$f(-1) = (-1+1)^3 - 1 = -1$

∴ $(-1, -1)$ نقطة حرجة

اشارة $f'(x)$



3. نجد نقاط الانقلاب

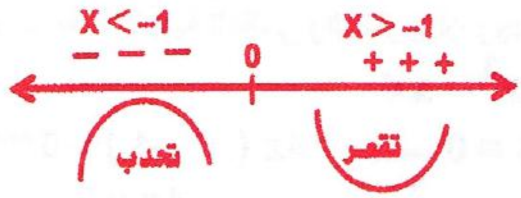
$f''(x) = 6(x+1)$

$f''(x) = 0$

$6(x+1) = 0 \Rightarrow x = -1$

∴ النقطة $(-1, -1)$

اشارة $f''(x)$

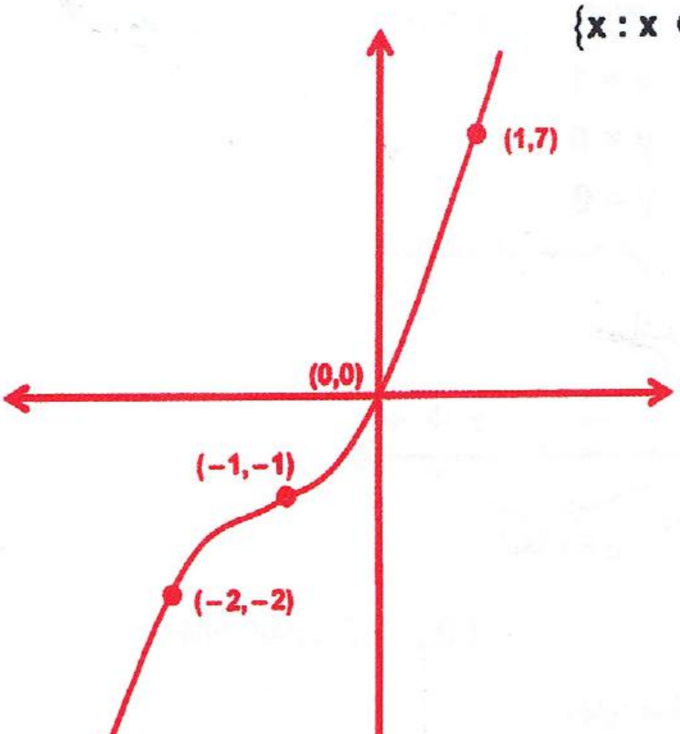


منطقة التقعر = $\{x : x \in R, x > -1\}$

منطقة التحدب = $\{x : x \in R, x < -1\}$

نقطة انقلاب $(-1, -1)$

x	y
0	0
-1	-1
-2	-2
1	7



الاجوبة النموذجية لأسئلة الرياضيات / للسادس الادبي / الدور الثاني / 2016

س1:A) كم كلمة مكوّنة من ثلاثة حروف **مختلفة** يمكن تكوينها من كلمة (ستنتصرون) ؟

الحل: مجموعة أحرف كلمة ستنتصرون هي { س , ت , ن , ص , ر , و }
في السؤال وردت ثلاثة حروف مختلفة وهذا يعني عم تكرار الحرف في الكلمة الواحدة

الطريقة الاولى للحل

عدد طرق أختيار الحرف الاول = 6

عدد طرق أختيار الحرف الثاني = 5

عدد طرق أختيار الحرف الثالث = 4

طريقة ممكنة 120 = 4 × 5 × 6

الطريقة الثانية للحل

$$p_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$p_3^6 = \frac{6!}{(6-3)!}$$

$$= \frac{6!}{3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times \cancel{3!}}{\cancel{3!}} = 120$$ طريقة ممكنة

س1:B) لتكن $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ جد نقاط النهاية العظمى والصغرى أن وجدت .

الحل

$$f'(x) = 4x^3 - x4$$

$$4x^3 - x4 = 0 \Longrightarrow 4x(x^2-1) = 0 \Longrightarrow 4x(x-1)(x+1) = 0$$

$$4x = 0 \Longrightarrow x = 0$$

$$(x-1) = 0 \Longrightarrow x = 1$$

$$(x+1) = 0 \Longrightarrow x = -1$$

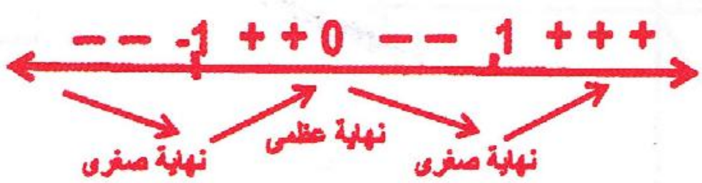
$$y = f(0) = (0)^4 - 2(0)^2 + 1 \Longrightarrow y = 1$$

$$y = f(1) = (1)^4 - 2(1)^2 + 1 \Longrightarrow y = 0$$

$$y = f(-1) = (-1)^4 - 2(-1)^2 + 1 \Longrightarrow y = 0$$

∴ النقط المرشحة هي (0 , 1−) ، (0 , 1) ، (1 , 0)

اشارة $f'(x)$



نهاية عظمى (1 , 0)

نهاية صغرى (0 , 1)

نهاية صغرى (0 , 1−)

س 2 :A)أذا كانت الدالة $f(x)=-x^3 + ax^2 + b$ تمتلك نقطة انقلاب (1, −2), جد قيمة $a , b \in R$ ؛

الحل: النقطة (1 , −2) تنتمي الى الدالة وتحقق معادلتها

$f(x)=-x^3 + ax^2 + b$

$-2 = -(1)^3 + a(1)^2 + b$

$-2 = -1 + a + b$

$-2 + 1 = a + b$

$-1 = a + b$

$a + b = -1$ .....(1)

$f'(x) = -3x^2 + 2ax$

$f''(x) = -6x + 2a$

∵ توجد نقطة انقلاب كما هو معطى في السؤال ⟸ ∴ نجعل $f''(x) = 0$

$-6x + 2a = 0$

$-6(1) + 2a = 0 \Rightarrow -6 + 2a = 0 \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3$

نعوض عن قيمة a في معادلة (1)

$3 + b = -1 \Rightarrow b = -1-3 \Rightarrow b = -4$

س2:B) جد التكاملات الآتية :

$\int \frac{x^3+27}{(x+3)}$

$= \int \frac{(x+3)(x^2-3x+9)}{(x+3)}$

$= \int (x^2 - 3x + 9)$

$= \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 9x + C$

$\int \sqrt[3]{3x^3 - 5x^5}$

$= \int \sqrt[3]{x^3(3-5x^2)}$

$= \int x \sqrt[3]{(3-5x^2)}$

$= \frac{-10}{-10} \int x \sqrt[3]{(3-5x^2)}$

$= \frac{1}{-10} \int (-10x) \sqrt[3]{(3-5x^2)}$

$= \frac{1}{-10} \int (-10x) (3-5x^2)^{\frac{1}{3}}$

$= \frac{-1}{10} \times \frac{3}{4} (3-5x^2)^{\frac{4}{3}}$

$= \frac{-3}{40} \sqrt[3]{(3-5x^2)^4} + C$

س3 :A) لتكن $f(x)=\begin{cases} 2x^2-10 & x \geq 3 \\ x+5 & x<3 \end{cases}$ أثبت أن الدالة مستمرة عند $x = 3$ ؟

الحل:

$f(x) = 2x^2 - 10$

$f(3) = (2)(3)^2 - 10 = 18 - 10 = 8$

الغاية من اليمين $\lim_{x\to3} f(x) = \lim_{x\to3} 2x^2 - 10 = (2)(3)^2 - 10 = 18 - 10 = 8 \ L_1$

الغاية من اليسار $\lim_{x\to3} f(x) = \lim_{x\to3} x + 5 = 3 + 5 = 8 \quad L_2$

∴ الغاية موجودة لان $L_1 = L_2$

∵ $\lim_{x\to3} f(x) = f(3)$ ⟸ ∴ الدالة مستمرة عند $x = 3$

س3 :B) أطلقت رصاصة الى الاعلى وكان ارتفاعها m متر في نهاية t من الثواني بحيث $m = 224t - 16t^2$ أحسب أقصى أرتفاع تصل اليه الرصاصة ؟

الحل:

$m = 224t - 16t^2$

$m' = 224 - 32t$

$224 - 32t = 0$

$[\,224 - 32t = 0\,] \div 32$

$7 - t = 0 \Rightarrow t = 7$ ثانية

$m = 224(7) - 16(7)^2$

$m = 1568 - 784 = 784$ متر (الازاحة)

> **ملاحظة**
> عندما تصل الرصاصة الى أقصى ارتفاع فأن السرعة عندها = صفر
> أي ان $m' = 0$

س4:A) أذا كان هنالك (7) خريجون يريدون أن يتوظفوا ولم يجدو سوى (3) وظائف فبكم طريقة يمكن اشغال الوظائف

الحل:

الطريقة الاولى للحل

عدد طرق أختيار الموظف الاول = 7

عدد طرق أختيار الموظف الثاني = 6

عدد طرق أختيار الموظف الثالث = 5

$7 \times 6 \times 5 = 210$ طريقة ممكنة

الطريقة الثانية للحل

$p_r^n = \dfrac{n!}{(n-r)!}$

$p_3^7 = \dfrac{7!}{(7-3)!}$

$= \dfrac{7!}{4!} = \dfrac{7\times6\times5\times4!}{4!} = 210$ طريقة ممكنة

س4:B)

ملاحظة وتنويه

بعض الاساتذة الكرام ذكروا بأن هنالك خطأ في هذا السؤال

باعتبار أن $\sqrt{x}$ لايمكن ان يقترب من عدد سالب لان ذلك مقدار غير حقيقي أي لا ينتمي الى R ,

وهذا تفسير خاطيء لان الجذر كله مع المحتوى $(\sqrt{x})$ يقترب من السالب , وليس x فقط هي

هي التي تقترب من سالب فلو كان كذلك لكان رأي الاساتذة الكرام صحيحا . مع التقدير والاحترام

الحل :

$$\lim_{\sqrt{x}\to -3} \frac{x-9}{\sqrt{x}+3}$$

$$= \lim_{\sqrt{x}\to -3} \frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}+3)}$$

$$= \lim_{\sqrt{x}\to -3} (\sqrt{x}-3) = -3-3 = -6$$

س4:C) جد المساحة المحددة بمنحني الدالتين $f(x) = \sqrt[3]{x}$, $g(x) = x$ على الفترة $[-1,1]$

الحل: نولد الدالة $R(x)$ حيث : $R(x)= f(x)\ g(x)$

$R(x)= \sqrt[3]{x} - x$

التقاطع : $y=0 \Rightarrow \sqrt[3]{x} - x = 0 \Rightarrow \sqrt[3]{x} = x \Rightarrow x = x^3 \Rightarrow x^3 - x = 0$

$x^3 - x = 0 \Rightarrow x(x^2-1) = 0 \Rightarrow x(x-1)(x+1) = 0$

أما $x = 0 \Rightarrow$ أو $x = -1 \Rightarrow$ او $x = 1$

$[-1, 0]$ $[0, 1]$

الموقع	اشارة $f(x)$	$x\in$ للفترة	الفترة
فوق	$\left(-\frac{1}{8}\right) - \sqrt[3]{-\frac{1}{8}} > 0$	$x = -\frac{1}{8}$	$[-1, 0]$
تحت	$\left(\frac{1}{8}\right) - \sqrt[3]{\frac{1}{8}} < 0$	$x = \frac{1}{8}$	$[0, 1]$

$$A = \int_{-1}^{0} \left[x - x^{\frac{1}{3}}\right] dx + \int_{0}^{1} \left[x^{\frac{1}{3}} - x\right] dx$$

$$= \left[\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4}\right]_{-1}^{0} + \left[\frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4} - \frac{1}{2}x^2\right]_{0}^{1}$$

$$= [0] - \left[\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right] + \left[\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right] - [0]$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}\ unit^2$$

س5: A) أذا كانت
$$f(x)=\begin{cases}2x+b & x\le -2\\ x^2+a & x>-2\end{cases}$$
جد قيمتي $a, b \in R$ اذا كانت $f(x)$ مستمرة عند $x=-2$, وأن $f(2)=7$

الحل:

$f(2)=7$

$f(x)=2x+b$

$\therefore\ f(2)=2(2)+b \Rightarrow f(2)=4+b$

$4+b=7 \Rightarrow b=7-4 \Rightarrow \boxed{b=3}$

$\because$ الغاية $\lim\limits_{x\to -2} f(x)$, موجودة

$\therefore$ الغاية من اليمين = الغاية من اليسار

$\lim\limits_{x\to -2} x^2+a = \lim\limits_{x\to -2} 2x+b$

$(-2)^2+a = 2(-2)+b$

$4+a=-4+b$

$4+a=-4+3 \Rightarrow 4+a=-1 \Rightarrow a=-1-4 \Rightarrow \boxed{a=-5}$

س5: B) جد نقطة تنتمي الى المنحني $f(x)=x^2-4x+5$ بحيث يكون عندها المماس موازيا للمستقيم الذي معادلته $y=-3-2x$.

الحل:

معادلته المستقيم بعد الترتيب $2x+y+3=0$

ميل المستقيم المعلومه معادلته $= -\dfrac{\text{معامل } x}{\text{معامل } y}$

$\therefore\ m=-\dfrac{2}{1}=-2$ (ميل المستقيم المعلومه معادلته)

$\therefore$ ميل المماس $=-2$ (المستقيمان المتوازيان ميلهما متساوي)

$f(x)=x^2-4x+5$

$f'(x)=2x-4$

$\because$ الميل $m=f'(x)$

$\therefore\ 2x-4=-2 \Rightarrow 2x=-2+4 \Rightarrow 2x=2 \Rightarrow x=\dfrac{2}{2} \Rightarrow \boxed{x=1}$

نعوض قيمة x في المعادلة الاصليه (معادلة المنحني) لاستخراج قيمة

$y=x^2-4x+5 \quad y=f(1)=(1)^2-4(1)+5 \quad y=1-4+5$

$\boxed{y=2}$

$\therefore$ النقطة (1 , 2) تنتمي الى المنحني

س5: C) أذا كانت دالة الكلفة الحدية T' هي: $T' = 2 + 60V - 5V$ حيث V حجم الانتاج

جد دالة التكلفة الكلية علماً أن $T = 45$ ؟

الحل: ∵ دالة الكلفة الحدية $T' = 2 + 60V - 5V$

∴ دالة التكلفة الكلية هي: $T = \int (2 + 60V - 5V)\, dv$

$$T = 2V + 30V^2 - \frac{5}{3}V^3 + C$$

فأذا كانت التكلفة الكلية =45 عندما حجم الانتاج V= 0

$$45 = 2(0) + 30(0)^2 - \frac{5}{3}(0)^3 + C$$

∴ $C = 45$

∴ دالة التكلفة الكلية هي: $T = 2V + 30V^2 - \frac{5}{3}V^3 + 45$

س 6:A) جد قيمة n حيث : $p_3^{n+1} = 7\, p_2^n$

$$(n+1)(n+1-1)(n+1-2) = 7\, n(n-1)$$

$$n\,(n+1)(n-1) = 7\, n(n-1)$$

$$n + 1 = 7$$

$$n = 7 - 1 \qquad n = 6$$

س6:B) أذا كانت $f(x) = (2x^2 + 2x)^4$, جد $f'(1)$, جد $f''(x)$

الحل: $f(x) = (2x^2 + 2x)^4$

$$f'(x) = 4(2x^2 + 2x)^3\,(4x + 2)$$

$$f'(x) = (16x + 8)\,(2x^2 + 2x)^3$$

$$f'(1) = (16(1) + 8)\,(2(1)^2 + 2(1))^3$$

$$f'(1) = (24)\,(64) = 1536$$

$$f''(x) = (16x + 8)[\,(2x^2 + 2x)^2 (4x + 2)\,] + (2x^2 + 2x)^3 \quad [16]$$

$$\int_{1}^{125} \frac{\sqrt{\sqrt[3]{x}-1}}{\sqrt[3]{x^2}}\,dx = \int_{1}^{125} (x^{\frac{1}{3}}-1)^{\frac{1}{2}}\, x^{\frac{-2}{3}}\,dx$$

$$= 3\int_{1}^{125} (x^{\frac{1}{3}}-1)^{\frac{1}{2}}\, \frac{1}{3} x^{\frac{-2}{3}}\,dx$$

$$= \left[3 \cdot \frac{(\sqrt[3]{x}-1)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \right]_{1}^{125}$$

$$= \left[2\sqrt{(\sqrt[3]{x}-1)^3} \right]_{1}^{125}$$

$$= \left[2\sqrt{(\sqrt[3]{125}-1)^3} \right] - 2\sqrt{(\sqrt[3]{1}-1)^3} \;\Big]$$

$$= 16 - 0 = 16$$

رحلة التفوق
الله اكبر
عطاء بلا حدود
A. M. Z

الاجوبة النموذجية لأسئلة الرياضيات / للسادس الادبي / الدور الثالث / 2016

س1:A) كم كلمة بمعنى أو بدون معنى مكوّنة من ثلاثة حروف **مختلفة** يمكن تكوينها من كلمة (فاسقيناكموه) ؟

الحل: مجموعة أحرف كلمة(فاسقيناكموه) هي{ف, أ, س , ق , ي , ن , ك, م , و , ه }
في السؤال وردت عشرة حروف مختلفة وهذا يعني عم تكرار الحرف في الكلمة الواحدة

الطريقة الاولى للحل

عدد طرق أختيار الحرف الاول = 10

عدد طرق أختيار الحرف الثاني = 9

عدد طرق أختيار الحرف الثالث = 8

طريقة ممكنة 720 = 8 × 9 × 10

الطريقة الثانية للحل

$$p_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$p_3^{10} = \frac{10!}{(10-3)!}$$

$$= \frac{10!}{7!} = \frac{10\times 9\times 8\times 7!}{7!} = 720$$ طريقة

س1:B) أذا كانت $f(x) = (x^3 + 3x^2 - 3)^{\frac{3}{2}}$, جد $f'(x)$

الحل:

$$f(x) = (x^3 + 3x^2 - 3)^{\frac{3}{2}}$$

$$f'(x) = \frac{3}{2}(x^3 + 3x^2 - 3)^{\frac{1}{2}}\,(3x^2 + 6x)$$

س 2 :A) لتكن $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \geq 3 \\ x + 5 & x < 3 \end{cases}$ هل للدالة غاية عند $x = 3$ ؟

الغاية من اليمين L_1 : $\lim_{x\to 3} f(x) = \lim_{x\to 3} = x^2 - 1 = (3)^2 - 1 = 9 - 1 = 8$

الغاية من اليسار L_2 : $\lim_{x\to 3} f(x) = \lim_{x\to 3} x + 5 = 5 + 3 = 8$

∴ الغاية موجودة عند $x = 3$ لان $L_1 = L_2$

س2:B) اذاكانت النقطة (1, 2) نقطة نهايةصغرى محلية للدالة $f(x)= a+ (x- b)$
جد قيمة a, b الحقيقيتين .

الحل: ∵ النقطة (1 , 2) تنتمي للدالة :

∴ تحقق الدالة $f(x) = a + (x - b)^2$

$$1 = a + (2 - b)^2 \text{ ......}(1)$$

∵ النقطة (1 , 2)هي نهاية صغرى محلية

∴ المشتقة الاولى = صفر ، عندما $x = 2$

$$f(x) = a + (x - b)^2$$

$$f'(x) = 0 + 2(x - b)$$

$$2(x - b) = 0 \Longrightarrow 2(2 - b) = 0 \quad 2 - b = 0 \Longrightarrow \boxed{b = 2}$$

نعوض قيمة b في المعادلة (1) لاستخراج قيمة a

$$1 = a + (2 - 2)^2 \Longrightarrow 1 = a + 0$$

$$\boxed{a = 1}$$

س3:A) جد الدالة التي تحقق $y' = 5$, $y'' = 12x^2 - 2$ عند النقطة (2 , 1) .

الحل :

$$\int y' = \int 5 \, dx$$

$$y = 5x + C$$

$$2 = 5(1) + C \Longrightarrow 2 = 5 + C \Longrightarrow C = 2 - 5 \Longrightarrow C = -3$$

∴ الدالة هي: $y = 5x - 3$

$$\int y'' = \int 12x^2 - 2 \, dx$$

$$y' = 4x^3 - 2x + C_1$$

$$4x^3 - 2x + C_1 = 0$$

$$4(1)^3 - 2(1) + C_1 = 0$$

$$4 - 2 + C_1 = 0 \Longrightarrow 2 + C_1 = 0 \Longrightarrow C_1 = -2$$

$$y' = 4x^3 - 2x - 2$$

$$\int y' = \int (4x^3 - 2x - 2) \, dx$$

$$y = x^4 - x^2 - 2x + C_2$$

$$2 = (1)^4 - (1)^2 - 2(1) + C_2$$

$$2 = 1 - 1 - 2 + C_2 \Rightarrow 2 = -2 + C_2 \Rightarrow C_2 = 4$$

∴ الدالة هي: $y = x^4 - x^2 - 2x + 4$

س3:B) جد عددين مجموعهما = 20 ومجموع مربعيهما أصغر ما يمكن ؟

الحل: نفرض العدد الاول = x

∴ العدد الثاني = $20 - x$

$$f(x) = x^2 + (20 - x)^2$$

$$f'(x) = 2x + 2(20 - x)(-1)$$

$$f'(x) = 2x - 40 + 2x$$

$$f'(x) = 4x - 40$$

$$4x - 40 = 0 \Rightarrow 4x = 40 \Rightarrow x = \frac{40}{4} \Rightarrow x = 10$$ العدد الاول

∴العدد الثاني= $20 - 10 = 10$

س 4:A) جد الحد الاوسط من مفكوك $(m - \frac{1}{m})^{14}$

الحل: لإيجاد الحد الاوسط نستخدم القانون التالي : $\frac{n}{2} + 1$

الحد الاوسط = $\frac{14}{2} + 1 = 7 + 1 = 8$

$$p_r = C^{n}_{r-1} \, (x)^{n-r+1} \quad (y)^{r-1}$$

$$p_8 = C^{14}_{8-1} \, (m)^{14-8+1} \quad (-\frac{1}{m})^{8-1}$$

$$p_8 = C^{14}_{7} \, (m)^7 \quad (-\frac{1}{m})^7$$

$$p_8 = \frac{14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times \cancel{7!}}{\cancel{7!}} \cdot \cancel{m^7} \cdot - \frac{1}{\cancel{m^7}}$$

$$p = 17 \times 10^{-6}$$

س B:4) لتكن $f(x) = \begin{cases} 2x + b & x \leq -1 \\ x^2 + a & x > -1 \end{cases}$ جد قيمتي $a,b \in R$ أذاكانت $f(x)$ مستمرة عندما $x = -1$ وأن $f(2)=7$

الحل: ∵ الدالة مستمرة عند $x = -1$ ⇐ ∴ الغايةموجودة ⇐ وهذايعني $L_1 = L_2$

الغاية من اليسار $\lim_{x \to -1} 2x + b = \lim_{x \to -1} x^2 + a$ الغاية من اليمين

$$-2 + b = 1 + a$$

$$b - a = 1 + 2$$

$$b - a = 3 \quad .....(1)$$

$$f(x) = x^2 + a$$

$$f(2) = (2)^2 + a$$

$$f(2) = 4 + a$$

ولكن $f(2) = 7$ (معطى)

∴ $4 + a = 7 \Rightarrow a = 7 - 4 \Rightarrow \boxed{a = 3}$

$b - 3 = 3 \Rightarrow b = 3 + 3 \Rightarrow \boxed{b = 6}$

س C:4) جد التكاملات الآتية : $\int \frac{(3x^2 - 4)^2 - 16}{x^2} dx$

$$= \int \frac{[(3x^2 - 4) - 4]\,[3x^2 - 4) + 4x]}{x^2} dx$$

$$= \int \frac{(3x^2 - 8)3x^2}{x^2} dx$$

$$= \int (3x^2 - 8)(3)\, dx$$

$$= \int (9x^2 - 24)\, dx$$

$$= \frac{9x^3}{3} - 24x + c \Rightarrow = 3x^3 - 24x + c$$

$$\int_{-1}^{1} \sqrt[5]{3x^5 - 2x^7}\, dx$$

$$= \int_{-1}^{1} \sqrt[5]{x^5(3 - 2x^2)}\, dx = \int_{-1}^{1} x\, \sqrt[5]{(3 - 2x^2)}\, dx$$

$$= -\frac{1}{4} \int_{-1}^{1} (3 - 2x^2)^{\frac{1}{5}} (-4x)\, dx$$

$$= \left[-\frac{1}{4} \times \frac{5}{6} \quad (3 - 2x)^{\frac{6}{5}} \right]_{-1}^{1}$$

$$= \left[-\frac{5}{24} (3 - 2x)^{\frac{6}{5}} \right]_{-1}^{1}$$

$$= \left[-\frac{5}{24} (3 - 2)^{\frac{6}{5}} \right] - \left[-\frac{5}{24} (3 - 2)^{\frac{6}{5}} \right]$$

$$\left[-\frac{5}{24} \right] - \left[-\frac{5}{24} \right] = -\frac{5}{24} + \frac{5}{24} = 0$$

س A:5) جد قيمة: $\lim_{x \to 4} \frac{x^2 - 16}{\sqrt{4x} - 4} = \lim_{x \to 4} \frac{(x - 4)(x + 4)}{2\sqrt{x} - 4}$

$$= \lim_{x \to 4} \frac{\cancel{(\sqrt{x} - 2)} (\sqrt{x} + 2)(x + 4)}{2\cancel{(\sqrt{x} - 2)}}$$

$$= \lim_{x \to 4} \frac{(\sqrt{x} + 2)(x + 4)}{2}$$

$$= \frac{(\sqrt{4} + 2)(4 + 4)}{2} = \frac{(2 + 2)\ (4 + 4)}{2}$$

$$= \frac{(4)\ (8)}{2} = \frac{32}{2} = 16$$

س B:5) جد النقاط الحرجة والانقلاب للدالة $f(x) = x^2 - 4x + 2$ أن وجدت .

الحل:

$f(x) = x^2 - 4x + 2$

$f'(x) = 2x - 4$

نجعل $f'(x) = 0$

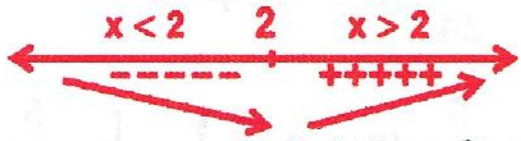
$2x - 4 = 0 \Longrightarrow 2x = 4 \Longrightarrow \boxed{x = 2}$

$y = f(2) = 2^2 - 4(2) + 2$

$y = 4 - 8 + 2 \Longrightarrow \boxed{y = -2}$

∴ النقطة $(2 , -2)$ هي نقطة حرجة

أشارة $f'(x)$



1) الدالة متزايدة في $\{x : x \in R \quad x > 2\}$

2) الدالة متناقصة في $\{x : x \in R \quad x < 2\}$

$f''(x) = 2$

حيث أن $2 \neq 0$

لا توجد نقاط أنقلاب لان المنحني مقعر في R

س5 C:) منحني يمر بالنقطتين $(3- , 2)$ ، $(-1,9)$ وميله عندأي نقطة $(ax-5)$ جدمعادلته.

الحل :بما ان ميل المنحني عند نقطة (x , y) يساوي $ax-5$

$$y = \int (ax - 5)dx = \frac{a}{2}x^2 - 5x + c$$

بما ان المنحني يمر بالنقطتين $(3- , 2)$ ، $(-1,9)$ فأنهما تحققان معادلة المنحني

نعوض فينتج لدينا معادلتان في مجهولين c , a

$7 = 2a + c \quad \times 2$

$8 = a + 2c$

$14 = 4a + 2c \quad ......(1)$

بالطرح $\mp 8 = \mp a \mp 2c \quad ......(2)$

$6 = 3a$

$\boxed{a = 2}$

الدالة $y = \frac{a}{2}x^2 - 5x + c$

نعوض أحدى النقطتين بالدالة ولتكن النقطة $(2, -3)$

$$-3 = \frac{2}{2}(2)^2 - 5(2) + c$$

$$-3 = 4 - 10 + c \Longrightarrow -3 = -6 + c$$

$$c = 6 - 3 \Longrightarrow \boxed{c = 3}$$

س6:A) جد قيمة n أذا كان $3\binom{n}{3} = \binom{n+1}{4}$

الحل :

$$3\,n\,(n-1)\,(n-1) = (n+1)\,(n+1-1)\,(n+1-2)\,(n+1-3)$$

$$3\,n\,(n-1)\,(n-2) = n\,(n+1)\,(n-1)\,(n-2)$$

$$3 = (n+1)$$

$$n = 3 - 1$$

$$\boxed{n = 2}$$

س6:B) أذا تحرك جسم وفق العلاقة $S(t) = t^2 - 8t + 20$ حيث S بعده بالامتار و t الزمن بالثواني , أحسب بعد الجسم من نقطة بداية الحركة عندما تصبح سرعته صفرا .

الحل:

$$S(t) = t^2 - 8t + 20$$

(السرعة) $v = S'(t) = 2t - 8$

نجعل $v = 0$

$$2t - 8 = 0$$

$$2t = 8 \Longrightarrow t = \frac{8}{2} \Longrightarrow t = 4$$ ثانية

نعوض قيمة t بالدالة الاصلية (دالة البعد) $S(4) = (4)^2 - 8(4) + 20$

بعد الجسم $S(4) = 16 - 32 + 20 = 4m$

س6:C) جد المساحة المحددة بمنحني بالدالة: $f(x) = x^2 - 5x$ ومحور السينات.

الحل/ لا توجد فترة لذا فحدود التكامل تستخرج من : $f(x) = 0$

$x^2 - 5x = 0 \Rightarrow x(x-5) = 0$

أما $x = 0$

أو $x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5$

الفترة $[0 , 5]$

الموقع	اشارة $f(x)$	$x\in$ للفترة	الفترة
تحت	$(1)^2 - 5(1) = -4 < 0$	$X = 1$	$[0 , 5]$

$$A = \int_0^5 (x^2 - 5)\,dx = \left[\frac{x^3}{3} - 5x\right]_0^5 = \left[\frac{5^3}{3} - 5(5)\right] - \left[\frac{0^3}{3} - 5(0)\right]$$

$$A = \left[\frac{5^3}{3} - 5(5)\right] - \left[\frac{0^3}{3} - 5(0)\right]$$

$$A = \left[\frac{50}{3}\right] - [0] = 16\frac{2}{3} \text{ unit}^2$$

تمت بعونه تعالى

رحلة التفوق في السادس

عطاء بلا حدود

ا.د مينا الاحمد

ا.د اشرف الوائلي